حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (1)

اختبار شهر مارس







اختبار 1

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} ٤ ل & -١ \\ ٢ م & ٢ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ن & م + ١ \\ ل & ٢ \end{pmatrix}$ وكان : $أ = ب^{مد}$

فإن : ل + م + ن = ...

(أ) −٥ (ب) ٦ (جـ) −٤ (د) ٢

(٢) كل مما يأتى يساوى $(١ - جا \theta)\left(١ + \frac{١}{قتا \theta}\right)$ ما عدا ....

(أ) $\frac{١}{١ + ظا^٢ \theta}$ (ب) $جتا^٢ \theta$ (جـ) $١ - جا^٢ \theta$ (د) $قتا \theta \; ظتا \theta$

(٣) إذا كان : $\begin{vmatrix} ٢ - س & ٢ \\ -٣ & س + ٢ \end{vmatrix} = ١$ فإن : س = ...

(أ) −٣ (ب) ± ٣ (جـ) ٣ (د) ± ٤

(٤) إذا كان : $\overrightarrow{أ} = (٧ ، ٨)$ ، $\overrightarrow{ب} = (٤ ، ٤)$ فإن كل العبارات الآتية صحيحة ما عدا ....

(أ) $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} = (١١ ، ١٢)$ (ب) $\overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب} = (٣ ، ٤)$

(جـ) $٢\overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب} = (١٠ ، ١٢)$ (د) $\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{أ} = (٤ ، ٦)$

(٥) إذا كانت أ ، ب مصفوفتين بحيث : $أب^{مد} + ب أ^{مد} =$ ☐

فإن : $أب^{مد}$ تكون مصفوفة ....

(أ) صفرية. (ب) متماثلة. (جـ) شبه متماثلة. (د) قطرية.

(٦) أى من المتجهات الآتية يمثل متجه السرعة لسيارة تتحرك بسرعة مقدارها ١٠٠ كم/س فى اتجاه °٦٠ شمال الغرب ؟

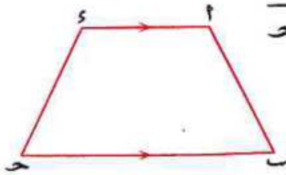
(أ) $-٥٠ \overrightarrow{س} + ٥٠\sqrt{٣} \; \overrightarrow{ص}$ (ب) $٥٠\sqrt{٣} \; \overrightarrow{س} - ٥٠ \; \overrightarrow{ص}$

(جـ) $-٥٠\sqrt{٣} \; \overrightarrow{س} + ٥٠ \; \overrightarrow{ص}$ (د) $-٥٠ \overrightarrow{س} - ٥٠\sqrt{٣} \; \overrightarrow{ص}$

(٧) إذا كان : $\overrightarrow{أ} = \left(١٠ ، \frac{\pi}{٤}\right)$ فإن الصورة القطبية للمتجه $\frac{١}{٢} \overrightarrow{أ}$ هى ....

(أ) $\left(٥ ، \frac{\pi}{٢}\right)$ (ب) $\left(١٠ ، \frac{\pi}{٨}\right)$ (جـ) $\left(١٠ ، \frac{\pi}{٢}\right)$ (د) $\left(٥ ، \frac{\pi}{٤}\right)$

(٨) في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شبه منحرف فيه : ب جـ = ٢ أ ء ، $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بجـ}}$

فإن : $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ + ٢ $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$ = ...

(أ) $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ (ب) $\overrightarrow{\text{بأ}}$ + $\overrightarrow{\text{أء}}$

(جـ) $\overrightarrow{\text{بء}}$ (د) ٢ $\overrightarrow{\text{أجـ}}$

(٩) $\begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ١- & ٣ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ٠,٣ & ٠,٤- \\ ٠,١ & ٠,٢ \end{pmatrix}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٤ & ٠ \\ ٠ & ٤ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣- \\ ٥ \end{pmatrix}$ (جـ) $\frac{١}{٥}\begin{pmatrix} ٧ & ٤ \end{pmatrix}$ (د) I

(١٠) إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ // $\overrightarrow{\text{ب}}$ وكان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٢ ، ٣) ، $\|\overrightarrow{\text{ب}}\|$ = ٤ $\sqrt{١٣}$

فإن : $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ...

(أ) ± $\overrightarrow{\text{أ}}$ (ب) ± ٢ $\overrightarrow{\text{أ}}$

(جـ) ± ٤ $\overrightarrow{\text{أ}}$ (د) (٨ $\sqrt{١٣}$ ، ١٢ $\sqrt{١٣}$)

(١١) مجموعة الحل للمعادلة : جا^{٢} θ − جتا θ = $\frac{١}{٤}$ حيث ٠ ≤ θ ≤ ٢ π هى ....

(أ) $\left\{\frac{٢\pi}{٣} ، \frac{\pi}{٣}\right\}$ (ب) $\left\{\frac{\pi}{٣} ، \frac{٥\pi}{٣}\right\}$

(جـ) $\left\{\frac{-\pi}{٣} ، \frac{٢\pi}{٣}\right\}$ (د) $\left\{\frac{٢\pi}{٣} ، \frac{٥\pi}{٣}\right\}$

(١٢) إذا كان : ٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٤ $\overrightarrow{\text{ص}}$ = (ك ، θ°) ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (ك ، $\frac{\pi}{٢}$ + θ°)

فإن : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ...

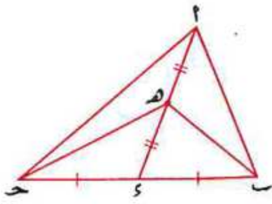
(أ) −٤ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ (ب) ٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٤ $\overrightarrow{\text{ص}}$

(جـ) −٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٤ $\overrightarrow{\text{ص}}$ (د) ٤ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

١ في الشكل المقابل :



ء منتصف $\overline{\text{بجـ}}$

، هـ منتصف $\overline{\text{أء}}$

أثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}}$ + $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{هـب}}$ + ٢ $\overrightarrow{\text{هـجـ}}$

٢ بدون فك المحدد أوجد قيمة : $\begin{vmatrix} ٥ & ١- & ١٠ \\ ٤ & ٢ & ٨ \\ ٥- & ٢ & ١٠- \end{vmatrix}$

اختبار 2

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $حا^٢ \theta + حا^٢ \theta \, طا^٢ \theta =$ ....

(أ) $٢ \, حا^٢ \theta \, طا^٢ \theta$ (ب) $٢ \, حا^٢ \theta \, ظتا^٢ \theta$

(جـ) $حا^٢ \theta$ (د) $طا^٢ \theta$

(٢) إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٤ & -٢ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$ فإن : $أب + ب أ =$ ....

(أ) $\square$ (ب) $-٤ \, I$ (جـ) $٤ \, I$ (د) $-٢ \, I$

(٣) إذا كان : $\begin{vmatrix} أ & ب & حـ \\ ى & هـ & و \\ س & ص & ع \end{vmatrix} = ١٥$ فإن : $\begin{vmatrix} أ & ب & حـ \\ س & ص & ع \\ ى & هـ & و \end{vmatrix} =$ ....

(أ) -٣٠ (ب) ١٥ (جـ) صفر (د) -١٥

(٤) إذا كان : $\overrightarrow{أ} = (ك ، ٢)$ ، $\overrightarrow{ب} = (-٢ ، ٢)$ ، $\overrightarrow{حـ} = (٠ ، ٤)$

وكان : $\overrightarrow{أ} \, // \, \overrightarrow{حـ ب}$ فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) -٦ (جـ) ١ (د) ٢

(٥) إذا كان : $\overrightarrow{س ص} = (٢ ، ٣)$ ، $\overrightarrow{ص ع} = (٤ ، ٥)$ فإن : $\overrightarrow{س ع} =$ ....

(أ) (٦ ، ٨) (ب) (٢ ، ٢) (جـ) (٨ ، ٨) (د) (٤ ، ٣)

(٦) الحل العام للمعادلة : $طا \theta + ١ = ٠$ هو .... (حيث $ن \in ص$)

(أ) $\theta = \frac{٣}{٤} \pi + ن \pi$ (ب) $\theta = \frac{٧}{٤} \pi + ٢ ن \pi$

(جـ) $\theta = \frac{\pi}{٤} + ن \pi$ (د) $\theta = \frac{\pi}{٢} + ٢ ن \pi$

(٧) إذا كانت المصفوفة أ على النظم ٢ × ٢ حيث $أ = (أ_{ص ع})$ ، $أ_{ص ع} = ص + ع$

فإن : $أ^{مد} =$ ....

(أ) أ (ب) ٢ أ (جـ) $-$ أ (د) -٢ أ

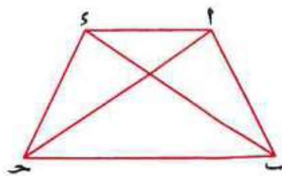
(٨) إذا كان : أ (−٣ ، −٧) ، ب (٤ ، ٠) فإن حـ النقطة التى تقسم $\overline{\text{أب}}$ من الداخل بنسبة ٥ : ٢ هى ....

(أ) (−٢ ، ٢) (ب) (٢ ، ٢) (جـ) (٢ ، −٢) (د) (−٢ ، −٢)

(٩) مجموع جذور المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{س} & -١ \\ ٢ & \text{س} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & \text{س} \end{vmatrix} = ٢$ يساوى ....

(أ) −٢ (ب) −١ (جـ) ٠ (د) ١

(١٠) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى ، $\overrightarrow{\text{أحـ}} + \overrightarrow{\text{بء}} =$ ....

(أ) $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{حـء}}$ (ب) $\overrightarrow{\text{بأ}} + \overrightarrow{\text{ءحـ}}$

(جـ) $\overrightarrow{\text{ءأ}} + \overrightarrow{\text{حـب}}$ (د) $\overrightarrow{\text{أء}} + \overrightarrow{\text{بحـ}}$

(١١) معادلة المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° ويقطع جزءًا موجبًا من محور الصادات مقداره ٥ وحدات هى ....

(أ) ص = س − ٥ (ب) ص = س + ٥

(جـ) ص = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ س + ٥ (د) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥

(١٢) إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}} = ٤\,\overrightarrow{\text{س}} - ٣\,\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ متجه بحيث $\overrightarrow{\text{أ}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\|\overrightarrow{\text{أ}}\| = \|\overrightarrow{\text{ب}}\|$ فإن : $\overrightarrow{\text{ب}}$ يمكن أن يساوى ....

(أ) $٣\,\overrightarrow{\text{س}} + ٤\,\overrightarrow{\text{ص}}$ (ب) $-٣\,\overrightarrow{\text{س}} + ٤\,\overrightarrow{\text{ص}}$

(جـ) $٤\,\overrightarrow{\text{س}} + ٣\,\overrightarrow{\text{ص}}$ (د) $-٤\,\overrightarrow{\text{س}} + ٣\,\overrightarrow{\text{ص}}$

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

١ إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}} = (-١ ، ٢)$ ، $\overrightarrow{\text{ب}} = (٣ ، ٧)$ ، $\overrightarrow{\text{حـ}} = (٧ ، ١٢)$

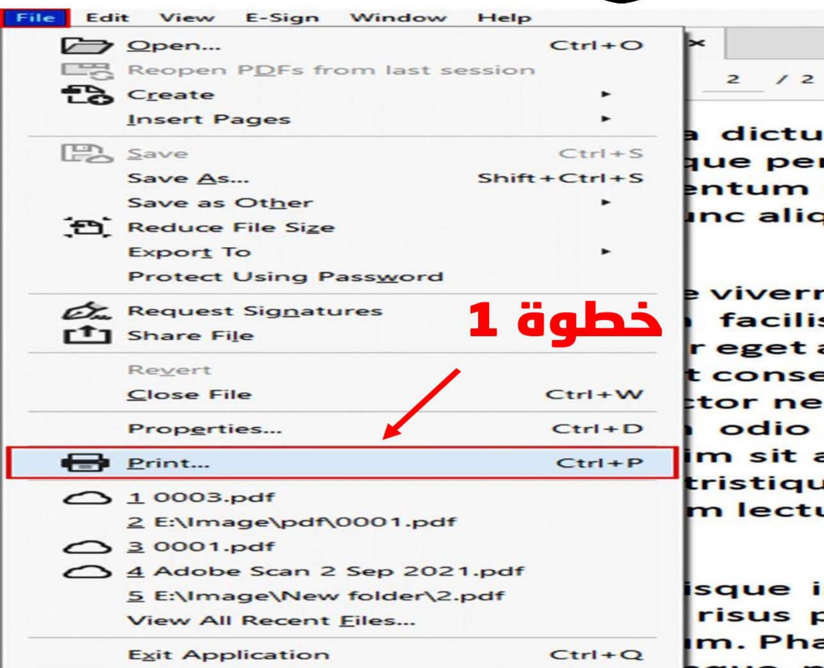
أوجد : $\overrightarrow{\text{حـ}}$ بدلالة $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$

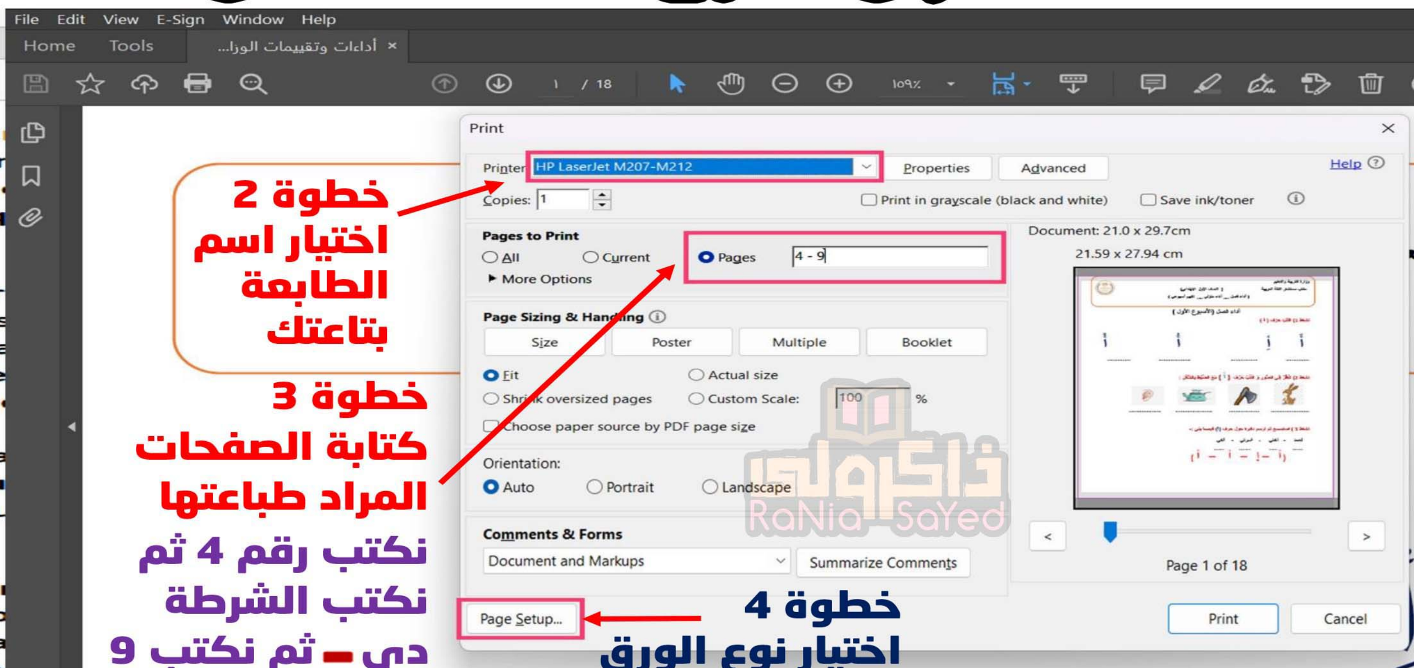
٢ إذا كان : $\text{أ} = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ -٣ & ٥ \end{pmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ ٦ & -٢ \end{pmatrix}$ ، $\text{ج} = \begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ ٠ & ٣ \end{pmatrix}$

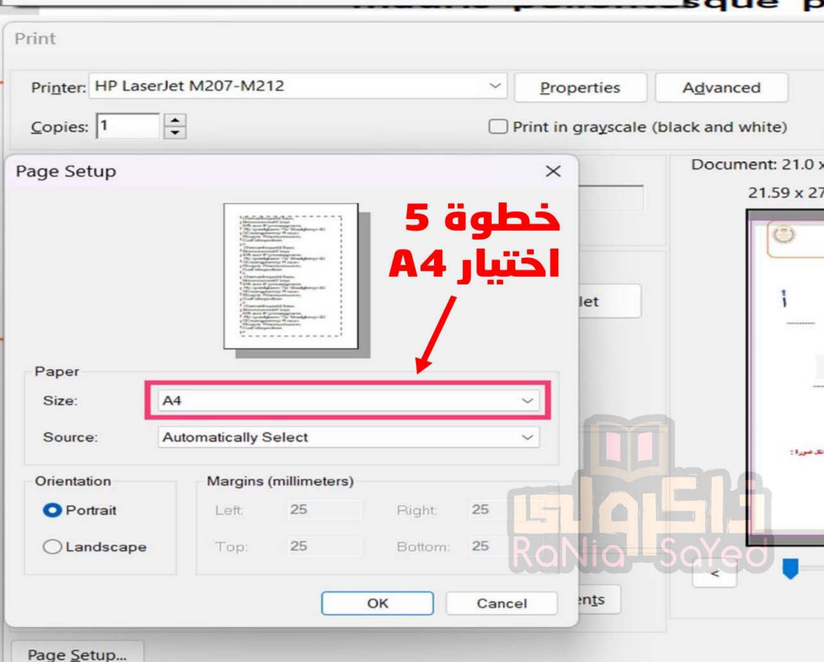
فأوجد المصفوفة : ٢ أ − ٣ ب + ٤ ج

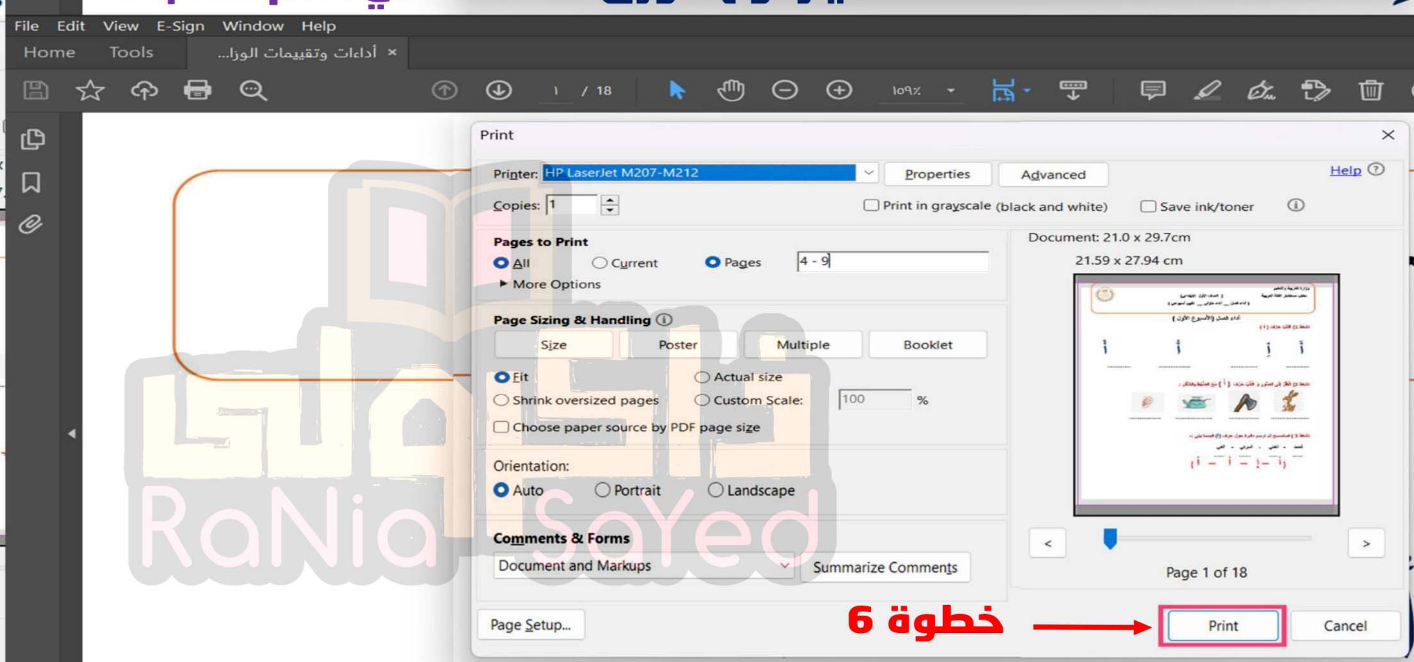
كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9









حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (2)

اختبار شهر مارس







تمارين [١] على تنظيم البيانات فى مصفوفات

[١] أكمل ما يأتى بالإجابة الصحيحة :

❶ إذا كانت أ مصفوفة على النظم ٢×٢ وكانت $أ_{١١} = ٣$ ، $أ_{٢٢} = ٥$ ، $أ_{٢١} = -٢$ ، $أ_{١٢} =$ صفر
فان المصفوفة أ تكون على صورة ....

❷ إذا كانت ب = $\begin{pmatrix} ٠ & ٤ & -٣ \end{pmatrix}$ فان ب تسمى مصفوفة .... وتكون على نظم .....

❸ إذا كانت : س = $\begin{pmatrix} -٦ \\ ٥ \end{pmatrix}$ فان س تسمى مصفوفة .... وتكون على نظم ......

❹ إذا كانت ص = $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ & -٢ \\ ٣ & ٤ & -١ \end{pmatrix}$ فان المصفوفة ص تكون على نظم ......
، $ص_{٢١} =$ .... ، $ص_{٣٢} =$ ....

❺ إذا كانت : و هى المصفوفة الصفرية على النظم ٣×٣ فان المصفوفة $و^{مد}$ هى ......

❻ إذا كانت س = $\begin{pmatrix} ٤ & -٣ \end{pmatrix}$ فان $س^{مد}$ = ... وتكون على نظم ....

❼ إذا كانت س = $\begin{pmatrix} -١ & -٥ & ٠ \\ ١ & ٣ & ٩ \end{pmatrix}$ ، ص = $س^{مد}$ فان $س_{٣١} =$ ..... ، $ص_{١٣} =$ .....

❽ إذا كانت : $\begin{pmatrix} ٢ & ١٥ \\ ٨ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ & ١٥ \\ ٨ & أ \end{pmatrix}^{مد}$ فان : أ = ...

[٢] اكتب جميع عناصر المصفوفات الاتية

❶ أ = [$أ_{ص ع}$] ، ص = ١ ، ٢ ، ٣ ، ع = ١ ، ٢ ، ٣

❷ ب = [$ب_{س ص}$] ، ص = ١ ، ٢ ، ع = ١

❸ ج = [$جـ_{س ص}$] ، ص = ١ ، ع = ١ ، ٢ ، ٣

✍ [٣] اكتب نوع كل مصفوفة ونظمها

① $\begin{pmatrix} ١- & ١ \\ ٢ & ٠ \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} ٨ & ٠ & ٦ & ٤ \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٤ \\ ٥ \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ ⑥ $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

✍ [٤] استخدم المصفوفة ب = $\begin{pmatrix} ٥ & ١ \\ ٢ & ٣ \\ ٧ & ٥ \end{pmatrix}$ للإجابة عن ما يلى

❶ ما نظم المصفوفة ب؟ ❷ ما قيمة $ب_{٢١}$ ، $ب_{١٢}$ ؟

✍ [٥] أوجد قيم س ، ص ، ع ، م إذا علم أن:

$\begin{pmatrix} ٨ & ٣س \\ ٢ص - م & ٢س + ع \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ص & ٢١ \\ ٠ & ١٥ \end{pmatrix}$

[٨،١،٤،٧]

✍ [٦] أوجد قيم س ، ص ، ع ، م إذا علم أن :

$\begin{pmatrix} س + ع & ٥س \\ ٢س + ص & ٧ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ & ١٥ \\ م & س + ص \end{pmatrix}$

[١٤ ، ٣- ، ٠ ، ٧]

✍ [٧] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٢س + ٣ص \\ س + ٧ص \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٣ & ٥- \end{pmatrix}$ أوجد قيم س ، ص

التى تحقق أنى أ = $ب^{مد}$ ومن ثم أوجد أ

[٤- ، ١]

✍ [٨] إذا كانت $\begin{pmatrix} ١- & ٣س - ص \\ س + ٢ص & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣س + ٤ & ٥- \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}$ أوجد قيم س ، ص

[١- ، ٢ ، ١]



[٩] أوجد قيم س ، ص ، ع ، م **التى تحقق**

$$\begin{pmatrix} س+ص+ع & س-ص+٣م \\ س+ص & س-ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٦ & ٨ \\ ٩ & ٥ \end{pmatrix}$$

[٧ ، ٢ ، −٣ ، ١]

[١٠] أوجد قيم س ، ص ، ل ، م **التى تحقق أن :**

$$\begin{pmatrix} س^{٢}+١ & -٨ \\ ٤ & \sqrt{٦} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ & ل^{٣} \\ ٢ص+١ & ٦^{م} \end{pmatrix}$$

[±٢ ، $\frac{٣}{٢}$ ، −٢ ، $\frac{١}{٢}$]

[١١] أوجد قيم س ، ص ، ل ، ع **التى تحقق أن :**

$$\begin{pmatrix} ٨ & ١٥ \\ -١ & ع+ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ل^{٣} & س^{٢}-١ \\ ص & ٨ \end{pmatrix}$$

[±٤ ، −١ ، ٩ ، ٢]

[١٢] أوجد قيم س ، ص ، ل ، م **التى تحقق أن :**

$$\begin{pmatrix} ٤س & ٥ص-٩ \\ ٣ل-٢م & ٤ل+م \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣٦ & ٢س+٣ \\ ١٦ & ٧-٢ل \end{pmatrix}$$

[٩ ، ٦ ، ٢ ، −٥]

[١٣] أكتب المصفوفة أ = [$أ_{هـ ى}$] عند $أ_{هـ ى}$ = هـ − ى + ٢ إذا كانت أ على نظم ٣ × ٢ ثم أوجد $أ^{مد}$ ولتكن ح ثم اذكر نظم ح وقيمة كل من $ح_{٣١}$ ، $ح_{٣٢}$

[١٤] إذا كانت المصفوفة ب = [$ب_{هـ ى}$] حيث ب هـ ى = ٢هـ − ٣ى ، ب على نظم ٣ × ٣ أكتب المصفوفة ب ، $ب^{مد}$ ولتكن أ = [$أ_{هـ ى}$] أوجد كل من $أ_{١٣}$ ، $أ_{٣٢}$ ، $أ_{٢١}$ ، $أ_{١٢}$ ، $أ_{٣٣}$

[١٥] كون المصفوفة $\tilde{س}$ = [$\tilde{س}_{هـ ى}$] وهى على نظم ٢ × ٢ حيث

$$\tilde{س} = \begin{cases} صفر & \text{عند } هـ = ى \\ هـ + ى & \text{عند } هـ \neq ى \end{cases}$$



تمارين [٢] على العمليات على المصفوفات

[١] أجر العمليات التالية ان أمكن :

❶ $\begin{pmatrix} ٤ & ٣ & -٢ \\ ٩ & ٣ & -١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -٢ & ١ & ٤ \\ ٠ & ٣ & ٣ \end{pmatrix}$

❷ $\begin{pmatrix} ٣ & -٢ \\ ٦ & ٨ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -١ & -٥ & ٠ \\ ١ & ٣ & ٩ \end{pmatrix}$

❸ $\begin{pmatrix} ٠ & ٤ & -٣ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٣ & ٥ & ١ \end{pmatrix}$

❹ $\begin{pmatrix} ٨ & ٦ \\ ٥ & ٩ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٥ & ٤ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ٦ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$

❺ $\begin{pmatrix} ٨ & ٥ \\ ٠ & ٣ \\ ٤ & ٧ \end{pmatrix}^{مد} + \begin{pmatrix} -١ & -٢ & ١ \\ ٠ & ٠ & ٥ \end{pmatrix}$

---

[٢] إذا كانت

أ = $\begin{pmatrix} -٤ & -١ & ٣ \\ ١ & ٣ & -٧ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٥ & -٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٣ \end{pmatrix}$

، ج = $\begin{pmatrix} ٠ & -٨ & ٠ \\ ٩ & ١ & ١ \end{pmatrix}$ **أوجد كلا من**

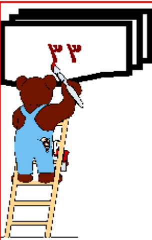
❶ أ + ب + ج ❷ أ + ب − ج ❸ أ − ب + ج ❹ أ − ب − ج

---

[٣] إذا كانت

أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٣ & -٤ \\ ٢ & ٥ & ٠ \\ ١ & -٩ & ٦ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٢ & -١ & ٠ \\ ٠ & -٥ & ٦ \\ -١ & ٦ & -٨ \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة ج = $(أ + ب)^{مد}$ **ومن ثم عين قيمة كل من** $ج_{٢١}$ ، $ج_{٣٢}$ ، $ج_{١٣}$



✍ **[٤] إذا كانت** $أ = \begin{pmatrix} -1 & -9 & 10 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ -5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$ج = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **اثبت أن** $أ + ٢ب = ٥ج$

✍ **[٥] إذا كانت** $أ = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة $س = ٣أ + ٢ب - ٣ج$

✍ **[٦] إذا كانت** $أ = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

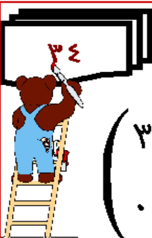
أوجد المصفوفة $س = ٤أ - ٥ب + ٣ج$

✍ **[٧] إذا كانت** $أ = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -4 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

فأوجد المصفوفة س **التى تحقق المعادلة :** $س + ٤أ - ٦ب = \square$

✍ **[٨] إذا كانت** $أ = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

فأوجد المصفوفة س **التى تحقق المعادلة :** $٢س^{مد} + ٣أ + ب = ٤ج$



[٩] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٦ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٣ & ٩ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -٣ & -٧ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

فأوجد المصفوفة $\sim$ س **التى تحقق المعادلة :** $٢(ب - س) = ٤(س + ج) - ٢أ$

---

[١٠] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} ٠ & -٢ & -٢ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & -٣ & ٠ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ٥ \\ ١ & ٠ & ٤ \\ ٣ & ٤ & ٠ \end{pmatrix}$

$ج = \begin{pmatrix} ٠ & ١ & -١ \\ ٢ & ٠ & ١ \\ ١ & -١ & ٠ \end{pmatrix}$

فأوجد المصفوفة $\sim$ س **التى تحقق المعادلة :** $أ + ٣ب - ٣س^{مد} = ٤ج$

---

[١١] **إذا كانت** $م = \begin{pmatrix} ٠ & -١ & ١ \\ ١ & -٢ & ٣ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ ٥ & ٠ \\ ٤ & -١ \end{pmatrix}$

اثبت أن : $(٣أ - ٢ب^{مد})^{مد} = ٣أ^{مد} - ٢ب$

---

[١٢] **حقق العبارة الآتية :**

$$\begin{pmatrix} ب & م \\ د & جـ \end{pmatrix} = م \begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix} + ب \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix} + جـ \begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} + د \begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$$

واستخدم ذلك للتعبير عن المصفوفة $\begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ -٢ & ٠ \end{pmatrix}$ **كمجموع اربعة مصفوفات على نظم** ٢×٢

بحيث يحتوى كل منها على ثلاث أصفار وواحد بشرط تكون المصفوفة مضروبة فى عدد مناسب



✍ [١٣] إذا كانت

$$\begin{pmatrix} ٤ & ١٤ & ٣ \\ ١٤ & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٢ & ٧ \end{pmatrix} = ٣\,\text{س} + ٢\,\text{ص} + ٧\,\text{ع}$$

فأوجد كلا من المصفوفات س ، ص ، ع

✍ [١٤] إذا كان مدور المصفوفة $\begin{pmatrix} ٢م - ١ & ل + ٣ \\ ٥ك & ٢ - ن \end{pmatrix}$ يساوى المعكوس الجمعى

للمصفوفة $\begin{pmatrix} ٤م & ٢ \\ ٣ن & ل + ٢ \end{pmatrix}$ أوجد قيم ل ، م ، ن ، ك

✍ [١٥] إذا كانت

$$\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & -٣ \end{pmatrix} = \text{ل} \begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix} - \text{م} \begin{pmatrix} -١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$$

فأوجد قيمة ل ، م [٢ ، ٣]

✍ [١٦] أوجد قيم س ، ص ، ع التى تحقق أن :

$$\text{س} \begin{pmatrix} ٠ \\ ٠ \\ ٢ \end{pmatrix} + \text{ص} \begin{pmatrix} ٠ \\ ٢ \\ ٥ \end{pmatrix} + \text{ع} \begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \\ -٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٦ \\ ٥ \\ ١٧ \end{pmatrix}$$

[−١٥ ، ٧ ، −٣]

✍ [١٧] أوجد قيم س ، ص ، ع التى تحقق أن :

$$\text{س} \begin{pmatrix} \text{ص} & ٢ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix} + \text{ع} \begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ \text{ل} & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٥ & ٧ \end{pmatrix}$$

[١ ، ٢ ، ١ ، ٠]



[١٨] **أوجد قيم** س ، ص ، ع ، ل **التى تحقق أن :**

$$\begin{pmatrix} س & ع \\ ص & م \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ع & ٢ص \\ ٣ & س \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ص & ل \\ ٨ & ص \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ل & ١ \\ ١ & س \end{pmatrix}$$

[١ ، ٢ ، ١ ، ٠]

---

[١٩] **إذا كانت** $س = \begin{pmatrix} ل & م \\ ن & ك \end{pmatrix}$ ، $ص = \begin{pmatrix} ل & ٢ \\ ٥ & ك \end{pmatrix}$ ، $ع = \begin{pmatrix} ل + ٢ & ٣ - م \\ ٠ - م & ك + ٤ \end{pmatrix}$

فأوجد قيم ل ، م ، ن ، ك **التى تحقق المعادلة :** $س + ٣ص - ٢ع = \square$ [٢ ، ٠ ، −١٣ ، ٤]

---

[٢٠] **إذا كانت** $أ = \begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة س **التى تحقق أن :** $٢أ - ٣ب^{مد} + ٢س = ٥أ^{مد} + ج - س^{مد}$

---

[٢١] **إذا كانت** $أ = \begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة س **التى تحقق أن :** $٣أ - ٢س = (٢ب + س)^{مد}$



تمارين [٣] على تنظيم البيانات فى مصفوفات

[١] اذا كان أ = $\begin{pmatrix} -٢ & ١ \\ -٦ & ١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٢ & -٢ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$ حقق ان: أ ب ≠ ب أ

---

[٢] اذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & -١ & ١ \\ ١ & -٢ & ٠ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ ١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} ٠ & ٢ & ١ \end{pmatrix}$

اذكر أى من حواصل الضرب أ ب ، ب أ ، أ ج ، ج أ ، ب ج ، ج ب يكون معرفا ثم اذكر نظم المصفوفة الناتجة وأوجدها إذا كان حاصل الضرب ممكنا

---

[٣] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ١ & -٣ & ٢ \\ ٠ & -١ & ٠ \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} ٤ & ١٤ & ٣ \\ ١٤ & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٢ & ٧ \end{pmatrix}$

اذكر أى حواصل الضرب أ ب ، ب أ ، أ ج ، ج أ ، ب ج ، ج ب يكون معرفا ثم اذكر نظم المصفوفة الناتجة وأوجدها إذا كان حاصل الضرب ممكنا

---

[٤] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & -١ & ١ \\ -١ & ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -١ & ٠ \\ ٢ & ٠ \\ ٠ & -٣ \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٠ & ١ \\ -٢ & ٠ \end{pmatrix}$

فاثبت أن : أ (ب + ج) = أ ب + أ ج ماذا تسمى هذه الخاصية

---

[٥] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٠ & -٢ & ٠ \\ -١ & ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \\ ٠ \end{pmatrix}$

فاثبت أن : أ (ب + ج) = أ ب + أ ج ماذا تسمى هذه الخاصية



✍ [٦] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٥- & ٣- & ٢ \\ ٥ & ٤ & ١- \\ ٤- & ٣- & ١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ & ١- \\ - & ٣- & ١ \\ & ٣ & ١-\ ٥ \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} & ٢- & ٢ \\ & ٣ & ١- \\ ٣- & ٢- & ١ \end{pmatrix}$

فاثبت أن : ❶ أ ب = ب أ = □ ❷ أ ج = أ ❸ ج أ = ج

✍ [٧] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٣ & ١ \\ ١ & ٣ & ٢- \\ ٦- & ١- & ٤ \end{pmatrix}$ ، $I_{٣}$ هى مصفوفة الوحدة على نظم ٣×٣

اثبت أن : أ $I_{٣}$ = $I_{٣}$ أ = أ

✍ [٨] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٢- & ٤ \\ ٣- & ١ & ٢- \end{pmatrix}$ أوجد كلا من أ $أ^{مد}$ ، $أ^{مد}$ أ هل هما متساويان

✍ [٩] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & \text{جا هـ} & \text{جتا هـ} \\ ٠ & \text{جتا هـ} & -\text{جا هـ} \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ أوجد كلا من أ $أ^{مد}$ = I

✍ [١٠] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ١- \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٢- & ٠ \\ ٣ & ١- \end{pmatrix}$ اثبت أن : $(أ\ ب)^{مد}$ = $ب^{مد}$ $أ^{مد}$

✍ [١١] إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٢- & ٤ \\ ٣- & ١ & ٢- \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ١- & ٠ \\ ٢ & ٠ \\ ٠ & ٣- \end{pmatrix}$ حقق أن : $(أ\ ب)^{مد}$ = $ب^{مد}$ $أ^{مد}$

✍ [١٢] إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & م \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ب \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ج & ٠ \end{pmatrix}$

اثبت أن : $ج^{مد}$ $ب^{مد}$ $أ^{مد}$ = $(أ\ ب\ ج)^{مد}$



✍ [١٣] إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٠ & -١ & ١ \\ -١ & ٠ & ٢ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ١ & -٣ & ٢ \\ -١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

أوجد ناتج : أ $ب^{مد}$ + ب $أ^{مد}$

✍ [١٤] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٣ & ٣ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ ١ & -٣ \end{pmatrix}$ **اثبت أن**

❶ $أ^٢$ = ٤ أ   ❷ $ب^٢$ = ٤ب   ❸ $أ^٢ + ب^٢$ = ١٦ I   ❹ $أ^٢ ب^٢$ = □

✍ [١٥] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ **اثبت أن :** ❶ $أ^٣$ = ٧ أ   ❷ $أ^٤$ = ٧ $أ^٢$

✍ [١٦] إذا كانت $ت^٢$ = −١ ، أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ت \\ ت & ٠ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -ت & ٠ \\ ٠ & -ت \end{pmatrix}$

اثبت أن : $أ^٢ ب^٢$ = I

✍ [١٧] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ -١ & ١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٥ & ٣ \\ -٣ & ٠ \end{pmatrix}$

اثبت أن $(أ - ب)^٢ \neq أ^٢ - ٢ أ ب + ب^٢$

✍ [١٨] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$ **اثبت أن** $(أ - ٣ I)^٢ = أ^٢ - ٦ أ + ٩ I$

✍ [١٩] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ **اثبت أن** $أ^٢ - أ - ٥I$ = □

✍ [٢٠] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ & ١ \\ ٢ & ١ & ٢ \\ ١ & ٢ & ٢ \end{pmatrix}$ **اثبت أن** $أ^٢ - ٤أ - ٥I$ = □



✍ [٢١] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ١- & ٠ & ٠ \\ ١ & ١ & ٠ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ١- \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١- & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

اثبت أن : ٣أ^{٤} + ٢ب^{٢} − ٥I = ☐

✍ [٢٢] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{pmatrix}$ أوجد أ^{٢} ، أ^{٣} ثم اثبت أن : أ^{٥} = أ^{مد}

✍ [٢٣] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \end{pmatrix}$ اثبت أن : (٥أ^{٢} + أ^{مد})^{٣} = ٥I

✍ [٢٤] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٢- \end{pmatrix}$ فاكتب فى صورة مصفوفة واحدة كل من أ^{٢} + أ ب + ٢ ب ، (أ + ب + I)(أ + ب − I) حيث I مصفوفة الوحدة على نظم ٢×٢

✍ [٢٥] إذا كانت س = $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{pmatrix}$ ، I هى مصفوفة الوحدة على نظم ٢×٢

حقق أن : (I + س)^{٣} = I + ٣ س + ٣س^{٢} + س^{٣}

✍ [٢٦] إذا كانت: أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$ اثبت أن : أ^{ن} = ٢$^{ن-١}$ حيث ن عدد صحيح موجب

✍ [٢٧] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ك \\ ٠ & ل & ٠ \\ م & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ أوجد كلا من أ^{٢} ، أ^{٣}

ثم استنتج أ^{ن} حيث ن عدد صحيح موجب



✍ [٢٨] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} م & ١ \\ ٠ & م \end{pmatrix}$ أوجد كلا من أ^٢ ، أ^٣ ، أ^٤

ثم استنتج أ^ن = م^{ن−١} $\begin{pmatrix} م & ن \\ ٠ & م \end{pmatrix}$ ن عدد صحيح موجب ، م ≠ صفر

✍ [٢٩] إذا كانت : س = $\begin{pmatrix} م & ب \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ ، ص = $\begin{pmatrix} ٠ & جـ \\ ٠ & د \end{pmatrix}$ فأوجد كلا من :

س^٢ ، س^٣ ، .... ثم استنتج صورة س^ن ، بالمثل صورة ص^ن ثم اوجد المصفوفة

س^ن ص^م واستخدم الصورة الناتجة لحساب س^٤ ص^٧

✍ [٣٠] أوجد قيم م ، ب ، جـ ، د التى تحقق أن :

$\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} + ٢ \begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} - ٣ \begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} م & ب \\ جـ & د \end{pmatrix}$

[−٢ ، −١٧ ، −٧ ، −٢٦]

✍ [٣١] أوجد قيم م ، ب ، جـ ، د التى تحقق المعادلة :

$\begin{pmatrix} -١ & م \\ ١ & ب \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} م & ب \\ ١ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} جـ & ٢ \\ ٤ & د \end{pmatrix}$

[١ ، −٣ ، −٢ ، ٠]

✍ [٣٢] أوجد قيم س التى تحقق المعادلة :

$\begin{pmatrix} ١ & س \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٠ & -١ \\ س & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ \\ س - ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢س \end{pmatrix}$

[١ ، −٣ ، −٢ ، ٠]

✍ [٣٣] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$

فأوجد قيمة العددين س ، ص اللذين يحققان المعادلة : أ^٢ + س أ + ص I = □



[٣٤] أوجد قيم س ، ص ، ع التى تحقق المصفوفية :

$$\begin{pmatrix}5 & -1 & 6\\ 0 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{س}\\ \text{ص}\\ \text{ع}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-25\\ 10\\ -8\end{pmatrix}$$

---

[٣٥] أوجد قيم س ، ص ، ع التى تحقق المصفوفية :

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 5 & \text{س} & 2\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 1 & 2\\ \text{ص} & 3 & 2\\ 1 & -2 & \text{ع}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 13 & -3\\ 22 & 1 & 16\\ 5 & -4 & 3\end{pmatrix}$$

---

[٣٦] أوجد قيمة كل من ف ، م مستخدما قاعدة ضرب المصفوفات إذا كانت

$$\begin{pmatrix}1\\ 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 10 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{س}\\ \text{ص}\\ \text{ع}\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\text{س}\\ \text{ص}\\ \text{ع}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7 & -7\\ 1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{ف}\\ \text{م}\end{pmatrix}$$

---

[٣٧] أوجد المصفوفة س التى تحقق المعادلة :

$3\,\text{س} + \text{أ} = \text{أ}^2$ حيث $\text{أ} = \begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & -5\end{pmatrix}$

---

[٣٨] إذا كانت $\text{أ} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة س التى تحقق أن : $\text{س}^{\text{مد}} = (\text{أ}\,\text{ب})^{\text{مد}} + \text{أ}^2$

---

[٣٩] إذا كانت $\text{أ} = \begin{pmatrix}2 & -2\\ 3 & -1\end{pmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{pmatrix}8 & -4\end{pmatrix}$

فأوجد المصفوفة ج بحيث $\text{ج}\,\text{أ} = \text{ب}$



[٤٠] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

فأوجد المصفوفة س بحيث أ س = ب

---

[٤١] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ فأوجد أ^{5} ثم حل المعادلة (أ + أ^{2} + أ^{3}) س = أ^{5}

---

[٤٢] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ اثبت أن المصفوفة س

التى تحقق العلاقة أ س = س أ تكون بالصورة $\begin{pmatrix} ل & م-2ل \\ م & 4 \end{pmatrix}$

---

[٤٣] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ اثبت أن المصفوفة س

التى تحقق أ س = س أ تكون على صورة $\begin{pmatrix} جـ & ب & م \\ ب & م & جـ \\ م & جـ & ب \end{pmatrix}$

---

[٤٤] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 3 & 2س \\ ص & 0 \end{pmatrix}$

أوجد قيم س ، ص التى تحقق أن: (أ^{مد})^{2} − أ أ^{مد} − ٤ I = □ [($\frac{-1}{2}$ ، ٤) أو (٢ ، −١)]

---

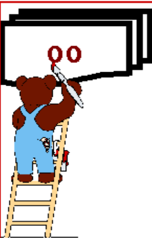
[٤٥] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة س التى تحقق أن : ٣ أ^{مد} + ب^{مد} + ٣ س = أ^{2} + ٢ س^{مد}

---

[٤٦] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة س التى تحقق أن : أ^{2} + ٢ أ ب + ٣ س^{مد} = ب^{مد} + س



✍ **[٤٧] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة أ $\text{ب}^{\text{مد}}$ + ب $\text{أ}^{\text{مد}}$ **واثبت أنها متماثلة**

✍ **[٤٨] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 4 & -2 \\ 10 & 2 & \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & -5 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

حقق ان أ ب + ب أ **مصفوفة متماثلة** أ ب – ب أ **مصفوفة شبه متماثلة**

✍ **[٤٩] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ -1 & -4 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

اثبت ان : $\text{ب}^{\text{مد}}$ أ ب **مصفوفة متماثلة**

✍ **[٥٠] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

فاثبت ان : ❶ $\text{أ}^2 = 4\,\text{أ}$ ، $\text{ب}^2 = 4\,\text{ب}$ ❷ $\text{أ}^2 + \text{ب}^2 = 16\,I$ ❸ $\text{أ}^2\,\text{ب}^2 =$ ☐

✍ **[٥١] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ **اثبت ان** ❶ $\text{أ}^3 = 7\,\text{أ}$ ❷ $\text{أ}^4 = 7\,\text{أ}^2$

✍ **[٥٢] إذا كانت** ت = $\sqrt{-1}$ ، أ = $\begin{pmatrix} \text{ت} & 0 \\ 0 & \text{ت} \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 0 & -\text{ت} \\ -\text{ت} & 0 \end{pmatrix}$

فاثبت ان $\text{أ}^2\,\text{ب}^2 = I$

✍ **[٥٣] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$

اثبت ان : $(\text{أ} - \text{ب})^2 \neq \text{أ}^2 - 2\,\text{أ}\,\text{ب} + \text{ب}^2$



✍ **[٥٤] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ **اثبت بالتعويض المباشر أن** $\text{أ}^2 - \text{أ} - 5I = $ ☐

✍ **[٥٥] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ **حقق أن** $\text{أ}^2 - 6\text{أ} + 9I = (\text{أ} - 3I)^2$

✍ **[٥٦] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **فاثبت أن** $\text{أ}^2 - 4\text{أ} - 5I = $ ☐

✍ **[٥٧] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

فاثبت ان $3\text{أ}^4 + 2\text{ب}^2 - 5I = $ ☐

✍ **[٥٨] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **فاوجد قيمة كل من** أ^2 ، أ^3

ثم اثبت ان : $\text{أ}^5 = \text{أ}^{\text{ن}}$

✍ **[٥٩] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **اثبت ان** $(\text{أ}^{\text{ن}} + 5\text{أ}^2)^3 = 5$

✍ **[٦٠] إذا كانت** أ = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **اثبت ان المصفوفة** س~ **التى تحقق**

العلاقة أ س~ = س~ أ **تكون بالصورة** $\begin{pmatrix} \text{م} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{جـ} & \text{م} & \text{ب} \\ \text{ب} & \text{جـ} & \text{م} \end{pmatrix}$

تمارين [٤] المحددات وحل المعادلات

[١] اوجد قيمة كل من المحددات الآتية

١) $\begin{vmatrix} ٦ & -٢ \\ ١٩ & -٧ \end{vmatrix}$ ٢) $\begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix}$ ٣) $\begin{vmatrix} ٧ & ٥ \\ -٣ & ٢ \end{vmatrix}$

٤) $\begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix}$ ٥) $\begin{vmatrix} -٢ & ٤ \\ -١ & ٣ \end{vmatrix}$ ٦) $\begin{vmatrix} -٤ & -٢ \\ ١ & -١ \end{vmatrix}$

٧) $\begin{vmatrix} ٣ & -١ \\ ٥ & ٨ \end{vmatrix}$ ٨) $\begin{vmatrix} -١ & -٤ \\ -٥ & ٠ \end{vmatrix}$ ٩) $\begin{vmatrix} ١٢ & -١٦ \\ -٩ & ١٢ \end{vmatrix}$

[٢] اوجد قيمة كل من المحددات الآتية

١) $\begin{vmatrix} ٠ & ٤٢ & ٣ \\ ٢ & ١٨ & ٧ \\ ٠ & ٢٨ & ٣ \end{vmatrix}$ ٢) $\begin{vmatrix} ٣ & -٤ & -٣ \\ ٢ & ٠ & -٣١ \\ ٥ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$ ٣) $\begin{vmatrix} ١٣ & ٣ & ٢٣ \\ ٣ & ٧ & ٥ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$

٤) $\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ -١ & ٤ & ٤ \\ ٠ & ٧ & ٨ \end{vmatrix}$ ٥) $\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٠ \\ -١ & ٤ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٨ \end{vmatrix}$ ٦) $\begin{vmatrix} ٠ & ٥ & ٠ \\ -١ & ٠ & ١ \\ ٠ & ٧ & ٠ \end{vmatrix}$

[٣] أوجد قيمة المحددات التالية :

١) $\begin{vmatrix} \text{أ} + \text{س} & \text{أ} \\ \text{ب} + \text{ص} & \text{ب} \end{vmatrix}$ ٢) $\begin{vmatrix} \text{س} + ١ & \text{س}^٢ + ١ \\ \text{ص} + ١ & \text{ص}^٢ + ١ \end{vmatrix}$ ٣) $\begin{vmatrix} \text{أ} + \text{ب} & \text{أ} - \text{ب} \\ \text{أ} - \text{ب} & \text{أ} \end{vmatrix}$

٤) $\begin{vmatrix} \text{هـ} & \text{هـ} + ١ \\ \text{هـ} - ١ & \text{هـ} \end{vmatrix}$ ٥) $\begin{vmatrix} \text{س}^٢ & ٢ \\ -\text{س} & ١ \end{vmatrix}$ ٦) $\begin{vmatrix} ٢\text{س} - ١ & ٠ \\ ٤ & \text{س} + ٢ \end{vmatrix}$

[٤] أوجد قيمة المحددات التالية :

① $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{ت} \\ \text{ت} & \text{١} \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} \text{ظا}\,\theta & \text{قا}\,\theta \\ \text{قا}\,\theta & \text{ظا}\,\theta \end{vmatrix}$ ③ $\begin{vmatrix} -\text{ظا}\,\theta & \text{جتا}\,\theta \\ \text{قا}\,\theta & \text{ظتا}\,\theta \end{vmatrix}$

④ $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{ظتا}\,\theta \\ \text{ظتا}\,\theta & \text{قتا}^2\,\theta \end{vmatrix}$ ⑤ $\begin{vmatrix} \text{ب} & \text{ب} - \text{١} \\ \text{ب} + \text{١} & \text{ب} \end{vmatrix}$ ⑥ $\begin{vmatrix} \text{٠} & \text{جا}\,\theta \\ \text{قتا}\,\theta & \text{ظتا}\,\theta \end{vmatrix}$

⑦ $\begin{vmatrix} -\text{جتا ٦٠}^\circ & \text{جتا ٣٠}^\circ \\ \text{جا ٦٠}^\circ & \text{جا ٣٠}^\circ \end{vmatrix}$ ⑧ $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{ت} - \text{١} \\ \text{ت} + \text{١} & \text{١} \end{vmatrix}$ ⑨ $\begin{vmatrix} \text{ظتا}\,\theta & \text{جتا}\,\theta \\ \text{قا}\,\theta & \text{ظا}\,\theta \end{vmatrix}$

[٥] أوجد إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} \\ \text{ل} & \text{ع} \end{vmatrix} = \text{٤}$:

احسب قيمة كل من : ① $\begin{vmatrix} \text{٢ص} & \text{٣س} \\ \text{٢ل} & \text{٣ع} \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} \text{٤ص} & \text{س} - \text{ص} \\ \text{٤ل} & \text{ع} - \text{ل} \end{vmatrix}$

[٦] أوجد إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{ب} & \text{أ} \\ \text{د} & \text{ج} \end{vmatrix} = \text{٧}$:

احسب قيمة كل من : ① $\begin{vmatrix} \text{٢ب ج} & \text{أ د} \\ \text{٨} & \text{٤} \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} \text{ج} + \text{د} & \text{٥د} \\ \text{أ} + \text{ب} & \text{٥ب} \end{vmatrix}$

[٧] أثبت أن :

① $\begin{vmatrix} \text{جتا}\,\theta & \text{جا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta & -\text{جتا}\,\theta \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} -\text{١} & \text{ت} \\ -\text{ت} & \text{١} \end{vmatrix} = \text{٢}$

② $\begin{vmatrix} \text{٠} & \text{س} - \text{٢} \\ \text{س} + \text{٢} & \text{٤} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \text{س} - \text{٢} & \text{١} \\ \text{٣} - \text{س}^2 & \text{٠} \end{vmatrix} = -\text{١}$

✍ [٨] حل المعادلات التالية :

❶ $\begin{vmatrix} \text{س} - ٣ & ١ \\ ١ & \text{س} + ٣ \end{vmatrix} = ٦$

❷ $\begin{vmatrix} \text{س} - ١ & ٢ \\ \text{س} - ١ & \text{س} + ٣ \end{vmatrix} = ٢٥$

❸ $\begin{vmatrix} ٢\text{س} - ١ & ٠ \\ ٤ & \text{س} + ٢ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س}^٢ & ٢ \\ -\text{س} & ١ \end{vmatrix}$

❹ $\begin{vmatrix} ٣ & ٦ & ٠ \\ -١ & \text{س} & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٨ \end{vmatrix} = ٠$

❺ $\begin{vmatrix} \text{س}^٢ & \text{س} & ١ \\ -٤ & ٢ & ١ \\ ٩ & -٣ & ١ \end{vmatrix} = ٠$

❹ $\begin{vmatrix} \text{س} & ٠ & -\text{س}^٢ \\ ٠ & ١ & ١ \\ ١ & ٠ & \text{س}^٢ \end{vmatrix} = ٠$

❺ $\begin{vmatrix} \text{س} - ١ & ١ & ٠ \\ ١ & \text{س} + ١ & -١ \\ ١ & ١ & \text{س} - ٢ \end{vmatrix} = ٠$

✍ [٩] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام :

❶ ٢س − ٣ص = ٥ ، ٣س + ٤ص = −١

❷ س + ص = ٥ ، ٢س + ٥ص = ١٦

❸ س + ٣ص = ٥ ، ٢س + ٥ص = ٨

❹ ٣س + ٢ص = ٥ ، ٢س + ص = ٣

❺ ٣س = ١ − ٤ص ، ٥س + ١٢ = ٧ص

❻ ٢س = ٣ + ٧ص ، ص = ٥ − س

✍ [١٠] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام :

❶ س + ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢

❷ س + ص = ٣ ، س − ص = ١

❸ س = ٣ ، ٣س − ٥ص = ١

❹ ٣ص = ٦ ، س + ٦ص = ١٢

❺ ص = ٢س − ١ ، ٢ص + س = ٨

❻ س = ١ + ص ، س + ٢ص + ٥ = ٠

❼ س − ٢ص = ٧ ، ٢س + ص = ٤

❽ ٣ص − س = ٣ ، ص − ٣س + ٧ = ٠

[١١] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام :

❶ ٢س + ص − ٢ع = ١٠	٣س + ٢ص + ٢ع = ١	٥س + ٤ص + ٣ع = ٤
❷ س + ٢ص − ٣ع = ٦	٤س + ٣ص − ٢ع = ١٤	٢س − ص − ٤ع = ٢
❸ ص + ٢س + ٣ع = ٦	٢س − ص + ع = −٣	س − ٢ص + ٢ع = −١١
❹ ٢س − ٣ص + ٥ع = ٧	٣س + ٤ص + ٢ع = ١١	س − ٢ص + ٧ع = ١٦
❺ ٢س + ص − ع = −١	٢س − ص + ٤ع = ١	٥س − ٣ص + ٢ع = ٣
❻ ٧س − ٢ص + ع = ٥	٦س + ٣ص − ٥ع = ٢	٥،س + ٧ص − ٩ع = ١
❼ س − ص − ع = ٠	٣س − ٤ص − ٢ع = −١	٨س − ١١ص + ٣ع = ٥
❽ ٣س + ص − ٢ع = −٣	٢س + ٧ص + ٣ع = ٩	٤س − ٣ص − ع = ٧
❾ ٢س + ص + ع = ٠	س − ص + ٥ع = ٠	ص − ع = ٤
❿ ٣س + ٢ع = ٠	٤س + ٣ص − ٥	٥ص − ع = −٢

[١٢] اشترى فادى ٣ كشاكيل وكتابين بمبلغ ٨٥ جنيها واشترى كريم كشكولين و٤ كتب من الانواع نفسها بمبلغ ١١٠ جنيه استخدم طريقة كرام لإيجاد سعر كل من الكشكولين والكتاب

[١٣] زاويتان متكاملتان ضعف قياس أكبرهما يساوى سبعة أمثال قياس الصغرى .
أوجد قياس كل زاوية باستخدام استخدم طريقة كرام .

[١٤] زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° أوجد قياس كل منهما باستخدام استخدم طريقة كرام .

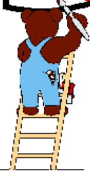
[١٥] الربط بالهندسة اوجد مساحة سطح المثلث أ ب جـ الذى فيه

أ (٢ ، ٤) ، ب (−٢ ، ٤) ، جـ (٠ ، −٢)

[١٦] اوجد مساحة سطح المثلث س ص ع الذى فيه

س (٣ ، ٣) ، ص (−٤ ، ٢) ، ع (١ ، −٤)

[١٧] باستخدام المحددات اثبت أن النقط (٣ ، ٥) ، (٤ ، −١) ، (٥ ، ٧) تقع على استقامة واحدة



تمارين [١٠] على المتطابقات

[١] أكمل العبارات الآتية

❶ جا٢ β + جتا٢ θ = ...

❷ ظتا٢ β − قتا٢ θ = ...

❸ جا٢ θ = ١ − .....

❹ ١ − قتا٢ β = ...

❺ جتا٢ β = ١ − ....

❻ جا θ قتا θ = ...

❼ ظا θ × ...... = ١

❽ ظا θ ظتا θ = ...

❾ جا β × ..... = ١

❿ جتا β قا β = ...

⓫ جتا θ × ...... = ١

⓬ ١ + ظا٢ β = ...

⓭ ١+ ظتا٢(٩٠° − β) = ...

⓮ قا٢ θ − ظا٢ θ = ...

⓯ ١+ ظا٢(٩٠° − θ) = ...

⓰ ١ − قا٢ β = ...

⓱ جتا β × ..... = جا β

⓲ ظا٢ θ − قا٢ θ = ...

⓳ جا θ × ...... = جتا θ

⓴ ١ + ظا٢ β = ...

㉑ جا٢ ٢٠° + جا٢ ..... = ١

㉒ قتا٢ θ − ظتا٢ θ = ...

㉓ جتا٢ ٨٠° + جتا٢ .... = ١

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

❶ المقدار (ظا θ ظتا θ) / (قا θ) : فى أبسط صورة يساوى

① جا θ　② جتا θ　③ قا θ　④ قتا θ

❷ المقدار : جا θ جتا θ ظا θ فى أبسط صورة يساوى :

① جا٢ θ　② جتا٢ θ　③ ظا٢ θ　④ ١ − جا٢ θ

❸ المقدار : جا(٩٠° − θ) قتا(٩٠° − θ) فى أبسط صورة يساوى :

① ١　② جا٢ θ　③ جتا٢ θ　④ جا θ جتا θ

❹ المقدار : (١ − جتا٢ β) / (جا٢ β − ١) فى أبسط صورة يساوى :

① − ظا٢ β　② − ظتا٢ β　③ ظا٢ β　④ ظتا٢ β



[٣] اثبت صحة المتطابقات التالية :

❶ $\frac{\text{قتا } \theta}{\text{جتا } \theta} \times (١ - \text{جا}^{٢} \theta) = \text{ظتا } \theta$

❷ $\frac{١}{\text{جا}^{٢}(٩٠° - \alpha)} - \text{ظا}^{٢} \alpha = ١$

❸ $\frac{١}{١ + \text{ظتا } \theta} = \frac{\text{ظا } \theta}{١ + \text{ظا } \theta}$

❹ $\frac{١ + \text{ظا}^{٢} \beta}{\text{قا}^{٤} \beta} = ١ - \text{جا}^{٢} \beta$

❺ $(\text{قا } \alpha - \text{ظا } \alpha)^{٢} = \frac{١ - \text{جا } \alpha}{١ + \text{جا } \alpha}$

❻ $\frac{١}{١ + \text{ظا}^{٢} \alpha} - \frac{١}{١ + \text{ظا}^{٢} \beta} = \text{جتا}^{٢} \alpha - \text{جتا}^{٢} \beta$

❼ $\frac{\text{جتا}^{٢} \alpha - \text{جا}^{٢} \alpha}{\text{جا } \alpha \text{ جتا}^{٢} \alpha + \text{جتا } \alpha \text{ جا}^{٢} \alpha} = \text{قتا } \alpha - \text{قا } \alpha$

[٤] اثبت صحة المتطابقات التالية

❶ $\text{ظا } \mu \text{ جتا } \mu = \text{جا } \mu$

❷ $\text{ظتا } \beta \text{ جا } \beta = \text{جتا } \beta$

❸ $\text{جا } \mu \text{ جتا } \mu \text{ ظا } \mu = ١ - \text{جتا}^{٢} \mu$

❹ $\text{ظا } \theta + \text{ظتا } \theta = \text{قا } \theta \text{ قتا } \theta$

❺ $\text{جا } \mu \text{ جتا } \mu \text{ قا } \mu \text{ قتا } \mu = ١$

❻ $\text{جتا } \theta + \text{جا } \theta \text{ ظا } \theta = \text{قا } \theta$

❼ $\text{جتا } \theta + \text{ظا } \theta \text{ جا } \theta = \text{قا } \theta$

❽ $\text{جا } \theta + \text{جتا } \theta \text{ ظتا } \theta = \text{قتا } \theta$

❾ $٢ - \text{جتا}^{٢} \theta + ٢ \text{ جا } \theta = (١ + \text{جا } \theta)^{٢}$

❿ $\text{جا } \theta \text{ جتا } \theta \text{ ظا } \theta = ١ - \text{جتا}^{٢} \theta$

⓫ $\text{قا}^{٢} \mu - \text{جا}^{٢} \mu = \text{جتا}^{٢} \mu + \text{ظا}^{٢} \mu$

⓬ $\text{قا } \mu \text{ قتا } \mu \text{ ظتا } \mu = ١ + \text{ظتا}^{٢} \mu$

⓭ $\text{جتا } \mu \times \text{قتا}(٩٠° - \mu) - \text{ظا } ٤٥° = ٠$

⓮ $(١ + \text{جا } \mu)(\text{قا } \mu - \text{ظا } \mu)$

⓯ $\text{جا } \theta \text{ جتا } \theta (\text{ظا } \theta + \text{ظتا } \theta) = ١$

⓯ $\text{قا } \mu - \text{جا}(٩٠° - \mu) = \text{جا } \mu \text{ ظا } \mu$

⓰ $\text{جا}^{٢} \mu - \text{جا}^{٤} \mu = \text{جا}^{٢} \mu \text{ جتا}^{٢} \mu$

⓱ $\text{جا}^{٣} \mu \text{ قتا } \mu + \text{جتا}^{٣} \mu \text{ قا } \mu = ١$

⓲ $\text{جا}^{٢} \mu - \text{جا}^{٢} \theta = \text{جتا}^{٢} \theta - \text{جتا}^{٢} \mu$

⓳ $\text{جا}^{٤} \theta - \text{جتا}^{٤} \theta = ١ - ٢ \text{ جتا}^{٢} \theta$



[٥] اثبت صحة المتطابقات التالية

❶ $٤\,\text{جا}^٢\mu - ٣ = ١ - ٤\,\text{جتا}^٢\mu$

❷ $\text{ظا}^٢\mu - \text{جا}^٢\mu = \text{ظا}^٢\mu\,\text{جا}^٢\mu$

❸ $\text{قا}^٢\theta + \text{قتا}^٢\theta = \text{قا}^٢\theta\,\text{قتا}^٢\theta$

❹ $\text{قا}^٢\theta + \text{قتا}^٢\theta = (\text{ظا}\,\theta + \text{ظتا}\,\theta)^٢$

❺ $\text{قا}^٢\mu + \text{قتا}^٢\mu - ٤ = (\text{ظا}\,\mu - \text{ظتا}\,\mu)^٢$

❻ $\text{ظتا}\,\mu - \text{قا}\,\mu\,\text{قتا}\,\mu\,(١ - ٢\,\text{جا}^٢\mu)$

❼ $(\text{جا}\,\theta + \text{جتا}\,\theta)^٢ + (\text{جا}\,\theta - \text{جتا}\,\theta)^٢$

❽ $٢ - \text{جا}^٢\mu + ٢\,\text{جتا}\,\mu = (١ + \text{جتا}\,\mu)^٢$

❾ $(١ - \text{جتا}\,\beta)(١ + \text{جتا}\,\beta) = \text{جا}^٢\beta$

❿ $\text{قتا}^٢\beta - \text{جتا}^٢\beta = \text{جا}^٢\beta + \text{ظتا}^٢\beta$

⓫ $(١ - \text{جا}\,\beta)(١ + \text{جا}\,\beta) = \text{جتا}^٢\beta$

⓬ $١ - ٢\,\text{جتا}^٢\theta + \text{جتا}^٤\theta = \text{جا}^٤\theta$

⓭ $١ - ٢\,\text{جا}^٢\theta = ٢\,\text{جتا}^٢ - ١$

⓮ $\text{جتا}^٤\theta - \text{جا}^٤\theta = ١ - ٢\,\text{جا}^٢\theta$

⓯ $\text{ظتا}\,\theta - \text{ظا}\,\theta = ٢\,\text{ظتا}\,\theta - \text{قتا}\,\theta\,\text{قا}\,\theta = \text{قا}\,\theta\,\text{قتا}\,\theta - ٢\,\text{ظا}\,\theta$

⓰ $(\text{ظا}\,\mu\,\text{جتا}\,\mu + \text{ظتا}\,\mu\,\text{جا}\,\mu)^٢ = ١ + ٢\,\text{جا}\,\mu\,\text{جتا}\,\mu$

⓱ $(\text{جا}\,\theta + \text{جتا}\,\theta)^٢ - ٢\,\text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta = ١$

⓲ $٣\,(\text{جا}^٤\theta + \text{جتا}^٤\theta) - ٢\,(\text{جا}^٦\theta + \text{جتا}^٦\theta)$

⓳ $\text{جا}\,\mu\,\text{قا}(٩٠^\circ - \mu) + \text{جتا}\,\mu\,\text{قتا}(٩٠^\circ - \mu) = ٢$

⓴ $\text{جا}^٢\beta - \text{جتا}^٢\beta = ٢\,\text{جا}^٢\beta - ١ = ١ - ٢\,\text{جتا}^٢\beta$

㉑ $(١ + \text{ظا}^٢\mu)\,\text{جتا}^٢\mu + (١ + \text{ظتا}^٢\mu)\,\text{جا}^٢\mu = ٢$



[٦] اثبت صحة المتطابقات التالية

❶ $\frac{1 + \text{ظا}^2 \beta}{\text{ظا}^2 \beta} = \text{قتا}^2 \beta$

❷ $\frac{1 - \text{جتا}\,\beta}{\text{جا}\,\beta} = \frac{\text{جا}\,\beta}{1 + \text{جتا}\,\beta}$

❸ $\text{جتا}^2 \beta - \text{جا}^2 \beta = \frac{1 - \text{ظا}^2 \beta}{1 + \text{ظا}^2 \beta}$

❹ $\frac{\text{جتا}^3 \alpha + \text{جتا}\,\alpha\ \text{جا}^2 \alpha}{\text{جا}\,\alpha} = \text{ظتا}\,\alpha$

❺ $(\text{قتا}\,\beta - \text{ظتا}\,\beta)^2 = \frac{1 - \text{جا}\,\beta}{1 + \text{جا}\,\beta}$

❻ $\frac{\text{جا}\,\beta}{1 + \text{جتا}\,\beta} + \frac{1 + \text{جتا}\,\beta}{\text{جا}\,\beta} = 2\ \text{قتا}\,\beta$

❼ $\frac{\text{ظتا}^2 \beta - 1}{\text{ظتا}^2 \beta + 1} = 2\ \text{جتا}^2 \beta - 1$

❽ $\frac{1 + \text{قتا}\,\beta}{\text{قتا}\,\beta - 1} = \frac{1 + \text{جا}\,\beta}{1 - \text{جا}\,\beta}$

❾ $\frac{1}{\text{قا}^2 \alpha} - \frac{1}{\text{قا}^2 \beta} = \text{جا}^2 \alpha - \text{جا}^2 \beta$

❿ $\frac{1}{1 + \text{جا}\,\theta} + \frac{1}{1 - \text{جا}\,\theta} = 2\ \text{قا}^2 \theta$

⓫ $\frac{1 + \text{ظا}^2 \theta}{\text{ظا}^2 \theta} = \text{قتا}^2 \theta$

⓬ $\frac{\text{جتا}\,\beta}{1 - \text{جا}\,\beta} = \frac{1 + \text{جا}\,\beta}{\text{جتا}\,\beta}$

⓭ $\frac{\text{ظا}\,\beta - \text{ظتا}\,\beta}{\text{ظا}\,\beta + \text{ظتا}\,\beta} = 2\ \text{جا}^2 \text{هـ} - 1$

⓮ $\frac{(1 - \text{جتا}^2 \alpha)}{\text{جتا}\,\alpha} = \text{جا}\,\alpha\ \text{جتا}\,\alpha$

⓯ $\frac{1 + \text{ظا}^2 \alpha}{1 + \text{ظتا}^2 \alpha} = \text{ظا}^2 \alpha$

⓰ $\text{جا ب ظا ب} = \frac{1 - \text{جتا}^2 \text{ب}}{\text{جتا ب}}$

⓱ $\frac{\text{جا}^2 \alpha + \text{جتا}^2 \alpha}{\text{جتا}^2 \alpha} = \text{قا}^2 \alpha$

⓲ $\frac{\text{جا}^3 \alpha + \text{جا}\,\alpha\ \text{جتا}^2 \alpha}{\text{جتا}^2 \alpha} = \text{ظا}\,\alpha$

⓳ $\frac{2\ \text{ظا}\,\theta}{1 + \text{ظا}^2 \theta} = 2\ \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta$

⓴ $\frac{\text{جا}\,\theta - 2\ \text{جا}^3 \theta}{2\ \text{جتا}^3 \theta - \text{جتا}\,\theta} = \text{ظا}\,\theta$

㉑ $\frac{1}{1 + \text{ظا}\,\theta} = \frac{\text{ظتا}\,\theta}{1 + \text{ظتا}\,\theta}$

㉒ $\frac{\text{ظتا}^2 \theta}{1 + \text{ظتا}^2} = \text{جتا}^2 \theta$



[U] اثبت صحة المتطابقات التالية

١) $\frac{\text{جا}^{2}\theta}{\text{جتا}\,\theta} + \frac{\text{ظا}\,\theta}{\text{ظتا}\,\theta} = \frac{\text{جا}^{2}\theta\,(\text{١} + \text{جتا}\,\theta)}{\text{جتا}^{2}\theta}$

٢) $\frac{\text{قا}^{2}\alpha - \text{ظا}^{2}\alpha}{\text{قتا}^{2}\alpha} = \frac{\text{قتا}^{2}\alpha - \text{ظتا}^{2}\alpha}{\text{قا}^{2}\alpha} = \text{١}$

٣) $\frac{\text{جا}\,\theta - \text{جتا}(\text{٩٠}^\circ - \text{ص})}{\text{جتا}\,\theta + \text{جتا ص}} + \frac{\text{جا}(\text{٩٠}^\circ - \theta) + \text{جتا ص}}{\text{جا}\,\theta + \text{جا ص}} = \text{صفر}$

٤) $\frac{\text{١}}{\text{قتا}(\text{١٨٠}^\circ - \theta) - \text{١}} + \frac{\text{١}}{\text{قا}(\text{٩٠}^\circ - \theta) + \text{١}} = \text{٢ قا}\,\theta\,\text{ظا}\,\theta$

٥) $\frac{\text{قا}^{2}\theta\,\text{جا}^{2}\theta - \text{قتا}^{2}\theta + \text{قتا}^{2}\theta\,\text{جتا}^{2}\theta}{\text{قا}^{2}\theta\,\text{جا}^{2}\theta - \text{قتا}^{2}\theta\,\text{جتا}^{2}\theta}$

٦) $\frac{\text{قا}\,\theta + \text{قتا}\,\theta}{\text{قا}\,\theta - \text{قتا}\,\theta} = \frac{\text{ظا}\,\theta + \text{١}}{\text{ظا}\,\theta - \text{١}} = \frac{\text{١} + \text{ظتا}\,\theta}{\text{١} - \text{ظتا}\,\theta}$

٧) $\frac{\text{ظتا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta}{\text{ظتا}\,\theta + \text{جتا}\,\theta} = \frac{\text{ظتا}\,\theta - \text{جتا}\,\theta}{\text{ظتا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta}$

٨) $\frac{\text{ظا}\,\theta + \text{قا}\,\theta - \text{١}}{\text{ظا}\,\theta - \text{قا}\,\theta + \text{١}} = \text{ظا}\,\theta + \text{قا}\,\theta$

٩) $\frac{\text{١} + \text{ظا}^{2}\theta}{\text{١} + \text{ظتا}^{2}\theta} = \left(\frac{\text{١} - \text{ظا}\,\theta}{\text{١} - \text{ظتا}\,\theta}\right)^{2}$

١٠) $\frac{\text{ظاس}}{\sqrt{\text{ظا}^{2}\text{س} + \text{١}}} = \text{جا}\,\beta$

١١) $\frac{\text{جتا}(\text{٩٠}^\circ - \beta)\,\text{جتا}\,\beta\,[\text{ظا}\,\beta + \text{ظتا}\,\beta]}{\text{٣جتا٦٠}^\circ + \text{جا}^{2}\text{٤٥}^\circ} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$

١٢) $\frac{\text{جا}(\text{٩٠}^\circ - \beta)}{\text{جتا}(\text{٩٠}^\circ - \beta)} + \frac{\text{جا}\,\beta}{\text{جا}(\text{٩٠}^\circ - \beta)} = \text{قتا}\,\beta\,\text{قا}\,\beta$

١٣) $\frac{\text{جا}^{3}\beta + \text{جا}\,\beta\,\text{جتا}^{3}\beta}{\text{جتا}\,\beta} - \text{ظا}\,\beta + \text{٢ جا}\,\beta\,\text{قتا}\,\beta = \text{٢}$

تمارين [١١] على حل المعادلات المثلثية

[١] أكمل ما يأتى :

١ الحل العام للمعادلة : جتا θ = ١ لجميع قيم θ هو ....

٢ الحل العام للمعادلة : جا θ = ١ لجميع قيم θ ∈] π ، ٢π [هو ....

٣ الحل العام للمعادلة : جتا θ = جا θ لجميع قيم θ هو ....

٤ مجموعة حل المعادلة ظتا θ = √٣ حيث θ ∈] π ، ٢π [هو ....

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت ٠° ≤ θ < ٣٦٠° وكانت : جا θ + ١ = ٠ فإن θ تساوى ....

(١) ٠° (٢) ٩٠° (٣) ١٨٠° (٤) ٢٧٠°

٢ إذا كانت ٠° ≤ θ < ٣٦٠° وكانت : جتا θ + ١ = ٠ فإن θ تساوى ....

(١) ٩٠° (٢) ١٨٠° (٣) ٢٧٠° (٤) ٣٦٠°

٣ إذا كانت ٠° ≤ θ < ١٨٠° وكانت : √٣ ظا θ − ١ = ٠ فإن θ تساوى ....

(١) ٣٠° (٢) ٦٠° (٣) ١٢٠° (٤) ١٥٠°

٤ إذا كانت ١٨٠° ≤ θ < ٣٦٠° وكانت : ٢جتا θ + ١ = ٠ فإن θ تساوى ....

(١) ٢١٠° (٢) ٢٤٠° (٣) ٣٠٠° (٤) ٣٣٠°

[٣] أوجد الحل العام لكل من المعادلات التالية :

١ ٢ جا θ = ١
٢ ٢ جتا θ − √٣ = ٠
٣ √٣ ظا θ − ١ = ٠

٤ ٢جتا² θ − ١ = ٠
٥ ٤جا² θ = ٣
٦ ٢جتا² θ = جتا θ

٧ ٣قا² θ = ٤
٨ جتا² θ − جتا θ = ٠
٩ √٢ جتا٢ θ − جتا θ = ٠

١٠ ظا θ − ٠,٣٢٥ = ٠
١١ جتا θ − ٠,٥٦٤ = ٠
١٢ جا θ − ٠,٢٤٥ = ٠

١٣ ٢جتا² س + جتا س = ٠
١٤ ظا² س = ١
١٥ ٣ظتا² θ = ١

١٦ ٢ جا² θ + جا θ − ١ = ٠
١٧ ٢جا² θ + ٣ جا θ − ٢ = ٠
١٨ ٣جتا² θ + ٢جا θ جتا θ = ٠



[٤] إذا كانت θ ∈ [٠ ، ٢π] فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

❶ ٢ جا θ + ١ = ٠   ❷ ٢ جتا θ − ١ = ٠   ❸ ظا θ − ١ = ٠

❹ قتا θ − ٢ = ٠   ❺ ظتا θ − √٣ = ٠   ❻ √٣ قا θ − ٢ = ٠

❼ جا θ + جتا θ = ٠   ❽ جا θ − ٢ جتا θ = ٠   ❾ ٢ جا θ + √٣ = ٠

❿ ٣ جتا θ = ٠   ⓫ ٢ جتا θ + √٣ = ٠   ⓬ √٢ جتا θ + ٢ = ٠

⓭ ظا θ − ١ = ٠   ⓮ ٣قتا θ + ٢ = ٠   ⓯ جتا θ = − ٠,٥٤

⓰ ٤ جتا θ + ٣ = ٠   ⓱ قا θ + √٢ = ٠   ⓲ ٤ ظا θ − ٥ = ٠

⓳ جتا θ + ١ = ٠   ⓴ ٤جتا θ = ٣   (٢١) ٤ظا θ − ٥ = ٠

(٢٢) | جا θ | = ٠   (٢٣) ٣ قتا θ + ٢ = ٠   (٢٤) ٢√٣ جتا θ + ٣ = ٠

(٢٥) جا θ جتا θ = ٠   (٢٦) ظا (٩٠° − θ) = − √٣   (٢٧) ٣ ظا θ + ظا ٦٠° = ٠

(٢٨) √٣ قتا θ + ٢جا ٩٠° = ٠   (٢٩) ٢جتا (٢٧٠° − θ) − √٣ = ٠   (٣٠) ٤ جتا θ + جتا ٢٧٠° = ظا ٤٥°

[٥] إذا كانت θ ∈ [٠ ، ٢π] فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

❶ ٢جا² θ − جا θ = ٠   ❷ ٢جا² θ + جا θ = ٠   ❸ ٢ جا² θ + ٣ جا θ = ٠

❹ √٢ جا² θ − جا θ = ٠   ❺ ٢جا² θ − √٣ جا θ = ٠   ❻ جا² θ + ٢جا θ = ٠

❼ جتا² θ − جتا θ = ٠   ❽ ٢جتا² θ − جتا θ =   ❾ جا² θ − جتا² θ = ٠

❿ ظا² θ − ظا θ = ٠   ⓫ ظا² θ + ظا θ = ٠   ⓬ ظا² θ − √٣ ظا θ = ٠

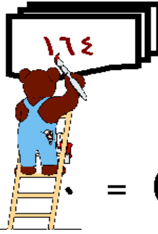
⓭ ٣ ظا² θ − ١ = ٠   ⓮ ظا² θ − ٣ = ٠   ⓯ ٤ جا² θ − ١ = ٠

[٦] إذا كانت θ ∈ [٠ ، ٢π] فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية

❶ ٢ جا² θ = ٣جتا θ   ❷ ٣جا θ − ٢جتا² θ = ٠

❸ ظا θ = ٤ − ٣ ظتا θ   ❹ جتا² θ − جا² θ = ٢ − ٥ جتا θ

❺ ظتا θ + ظا θ = ٢ قا θ   ❻ ظا θ − ظتا θ = قتا θ



(٧) ٤ قتا θ + ٢ جا θ = ٩

(٨) ٢ جتا θ + ٢√٢ = ٣ قا θ

(٩) ٢ جا θ ظا θ + ١ = ظا θ + ٢ جا θ

(١٠) ٦ ظا θ − ٥√٣ قا θ + ٢ ظتا θ = ٠

(١١) ٥ ظا θ + ٦ ظتا θ = ١١

(١٢) قا² θ + ظا² θ = ٣ ظا θ

(١٣) قا θ قتا θ − ظا θ = ٢

(١٤) ظا θ + قا ٣٠° = ظتا θ

(١٥) ظتا θ + ظا θ = ٢ قتا θ

(١٦) ٤ جا² θ + √٣ = ٢ (√٣ + ١) جا θ

(١٧) ظا θ + قا θ = √٣

(١٨) ٥ ظا² θ − قا² θ = ١

(١٩) ٨ جا² θ − ٢ جتا θ = ٥

(٢٠) جا θ + قتا θ = ٥/٢

(٢١) جتا θ + قا θ = ٢ ١/٢

(٢٢) جا θ + قتا θ = ٣/√٢

(٢٣) ٣ جا θ + ٤ جتا² θ = ٤ ١/٢

(٢٤) جتا² θ + جا θ + ٣/قتا θ = ١١/٤

(٢٥) ٢ جا θ جتا θ + ١ = ظتا θ + ٢ جتا θ

(٢٦) ظا θ − √٣ ظتا θ + ١ = √٣

[ب] أوجد حل كل من المعادلات التالية فى الفترة] ٠ ، ٣π/٢ [

(١) ظا² θ − ظا θ = ٠

(٢) ٢ جا θ جتا θ − جتا θ = ٠

(٣) ٢ جا² θ − ٣ جا θ − ٢ = ٠

(٤) ٢ جا θ جتا θ − √٣ جا θ = ٠

(٥) ٢ جا θ جتا θ + √٣ جا θ = ٠

(٦) ٢ جتا² θ − ٥ جتا θ + ٢ = ٠

(٧) ١٠ جا² θ − ٩ جا θ − ٩ = ٠

(٨) ٦ جا² θ − جا θ − ٢ = ٠

(٩) ٦ جتا² θ − ٥ جتا θ + ١ = ٠

(١٠) ٢ ظا² θ − ظا θ − ١ = ٠

(١١) ٤ جا² θ + ٨ جا θ + ٣ = ٠

(١٢) ٢ قتا² θ − ٥ قتا θ + ٢ = ٠

(١٣) ٤ جا² θ + ٨ جا θ + ٣ = ٠

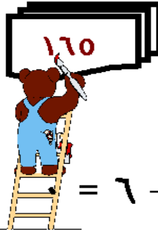
(١٤) ٢ جا² θ − (٢ − √٣) جا θ − √٣ = ٠

(١٥) جا θ (جتا² θ − ١) = ٠

(١٦) ٢ جتا² θ − (٢ + √٣) جتا θ + √٣ = ٠

(١٧) ٢ ظا² θ = (١ − ظا θ) (١ + ظا θ)

(١٨) ٤ جا² θ + ٢ (١ − √٣) جا θ − √٣ = ٠



[٨] إذا كانت $\theta \in [\cdot ، ٢\pi]$ فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

❶ جتا(٩٠° – θ) = $\sqrt{٣}$ جا(٩٠° – θ)
❷ ٢جتا² θ + ١١جا(٩٠ – θ) – ٦ =
❸ قا θ + ٢ جتا θ = ٣
❹ جتا θ = ٢ – قا θ
❺ ٤جا θ + قتا θ – ٤ = ٠
❻ جتا θ + قا θ جتا² θ = $\sqrt{٣}$
❼ ظا⁴ θ – ٣ ظا² θ + ٢ = ٠
❽ ٤^(جتا θ) = ١
❾ ٢جا θ جتا θ + ٢جا θ – جتا θ – ١ = ٠
❿ ٥^(قا θ) = $\frac{١}{٢٥}$
⓫ $\sqrt{٣}$ ظا² θ – (١ + $\sqrt{٣}$) ظا θ + ١ = ٠
⓬ ظا² + قا² θ = ٧
⓭ ٦ظا² θ + ٥ قا θ + ٥ = ٠
⓮ ٩^(جا(٢٧٠° – θ)) = ٣^(جا(٢٧٠° + θ) + جتا ١٨٠°)
⓯ $\frac{\text{قا}^٢ \theta - \text{ظا}^٢ \theta}{\text{جا}^٢ \theta} = \frac{٤}{٣}$
⓰ ظا³ θ – $\frac{١}{\text{ظتا} \theta}$ = ٠

[٩] أوجد قياس أصغر زاوية موجبة تحقق المعادلتين :

٢جتا θ + ١ = ٠ ، ظا θ – $\sqrt{٣}$ = ٠

[١٠] أوجد مجموعة حل المعادلة جا($\frac{٩\theta}{٤}$) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ حيث س ∈] ٠° ، ٩٠° [

[١١] إذا كانت : ٠° > θ ≥ ٣٦٠° فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

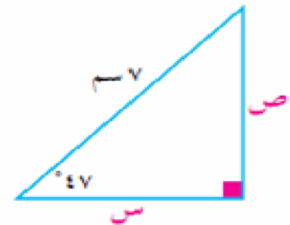
❶ ٢ جا θ جتا θ + ٣ جتا θ = ٠
❷ ٤ جا² θ – ٣ جا θ جتا θ = ٠

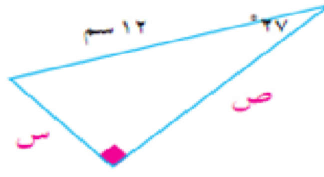
[١٢] أوجد الحل العام لكل من المعادلات الآتية بالراديان .

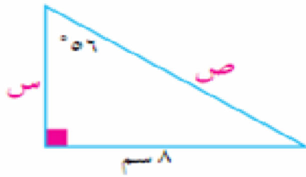
❶ ظا θ = ١
❷ جتا θ = جتا ٢ θ
❸ ٢ جا θ – $\sqrt{٣}$ = ٠
❶ جا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$
٢ جتا θ = ١
❸ ظا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

تمارين ( ) على حل المثلث القائم

✍ [١] أوجد قيمة كل من س ، ص فى كل شكل من الأشكال الآتية :

أ


ب


جـ


✍ [٢] أوجد قيمة كل من الزاويتين α ، β بالقياس الستينى فى كل شكل من الأشكال الآتية :

حل المثلث ٲ ب جـ القائم الزاوية فى ب مقربا الزوايا لأقرب درجة و الطول لأقرب سم حيث :

❶ ٲ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٦ سم ❷ ٲ ب = ١٢,٥ سم ، ب جـ = ١٧,٦ سم

❸ ٲ ب = ٥,٣ سم ، ٲ جـ = ١٢,٢ سم ❹ ب جـ = ٣١ سم ، ٲ جـ = ٤٢ سم

✍ [٣] حل المثلث ٲ ب جـ القائم الزاوية فى ب مقربا الزوايا لأقرب ثلاثة أرقام عشرية من الراديان والطول لأقرب ثلاثة أرقام عشرية من السنتيمترات حيث

❶ قَ($\angle$ ٲ) = ٠,٩٢٥ ء ، ب جـ = ٨ سم ❷ قَ($\angle$ ٲ) = ١,١٦٩ ء ، ٲ ب = ١٨ سم

❸ قَ($\angle$ جـ) = ٠,٦٤٦ ء ، ٲ جـ = ١٥,٧ سم ❹ قَ($\angle$ جـ) = ١,٠٨٢ ء ، ٲ جـ = ٣٥,٨ سم

مسائل على حل المثلث إذا علم فيه طول الوتر وقياس زاوية حادة

✍ [٤] ٲ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية فى ب ، فيه ٲ جـ = ١٠٠ سم ، قَ($\angle$ جـ) = ٦٣°

احسب طول كل من $\overline{ٲ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ [٨٩,١ ، ٤٥,٤]

✍ [٥] ٲ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية فى ب فيه ٲ جـ = ٢٨ سم ، قَ($\angle$ جـ) = ٩′ ٥٤°

اوجد طول كل من $\overline{ٲ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ [٢٢,٦٩٤ ، ١٦,٤]

✍ [٦] ٲ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية فى جـ فيه قَ($\angle$ ٲ) = ١٣′ ٤٢° ، ٲ ب = ٢٥ سم

احسب طول كل من $\overline{ٲ جـ}$ ، $\overline{جـ ب}$ [١٨,٥ ، ١٦,٨]



[٧] حل المثلث القائم الزاوية الذى فيه ∠ جـ قائمة ، ٫ ب = ١٢سم ، ق(∠ب) = ٣٣′ ٥٥°

[٦,٧٨٨ ، ٩,٨٩٥ ، ٣٤° ٢٧′]

[٨] ٫ ب جـ ء مستطيل فيه ٫ جـ = ٢٠ سم ، ق(∠ ٫ جـ ب) = ٤١′ ٣٢°

احسب طولى ٫ب ، ب جـ

[١٦,٨٣٤ ، ١٠,٨]

[٩] حل المثلث القائم الذى طول وتره ٥٠ سم وقياس إحدى زاويتيه الحادتين = ١٩′ ٤٦°

[٣٤,٥ ، ٣٦,١٦ ، ٤٣° ٤١′]

[١٠] △ قائم أكبر أضلاعه طولا = ٤٠ سم وإحدى زواياه قياسها = ٣٧′ ٤٣°

اوجد قياس زاويته الحادة الأخرى ، طول اصغر أضلاعه

[٢٧,٥٩٢ ، ٤٦° ٢٣′]

[١١] سلم طوله ١٥ قدم يرتكز على حائط راسى وعلى ارض افقية اوجد بعد طرفى السلم العلوى والسفلى عن الأرض والحائط على الترتيب إذا علمت أن زاوية ميل السلم على الأرض قياسها = ٢٧°

[١٣,٣٦٥ ، ٦,٨١]

[١٢] عمود تلغراف مثبت راسيا فوق ارض أفقية ومشدود من طرفه العلوى بحبل طوله ١٠ متر يميل على الأرض بزاوية قياسها ١٢′ ٧٣° اوجد طول العمود

[٩,٥٧٣ متر]

[١٣] ٫ ب جـ △ متساوى الساقين فيه ٫ ب = ٫ جـ = ٢٥سم ، ٫ء ⊥ ب جـ ، ق (∠ب) = ٣٧° احسب طول كل من ٫ ء ، ب جـ

[٣٩,٩٣ ، ١٥,٠٤٥]

[١٤] دائرة نصف قطرها ٥سم رسم فيها وتر يقابل زاوية مركزية قياسها ١٠٥°

احسب طول هذا الوتر

[٧,٩٣٤]

[١٥] ٫ب قطر فى دائرة طوله ٢٠ سم رسم الوتران ٫ جـ ، ٫ ء فى جهتين مختلفتين من القطر ٫ب فاذا كان ق(∠ ب ٫ جـ) = ١٣′ ٣٥° ، ق(∠ب ٫ ء) = ٦′ ٢٧°

احسب محيط الشكل ٫ جـ ب ء

[٥٤,٧٨٤]



مسائل على حل المثلث القائم إذا علم طول احد ضلعى القائمة وقياس زاوية حادة

[١٦] حل المثلث ٮ ب جـ القائم الزاوية في ب إذا علم أن ٮ ب = ١٢ سم ، ق(∠جـ) = ٢٤′ ٣٧°

[٣٦′ ٥٢° ، ١٥,٦٩سم ، ١٩,٧سم]

[١٧] حل المثلث القائم ٮ ب جـ إذا علمت أن ق(∠جـ) = ٩٠° ، ق(∠ب) = ٥٣° ، ب جـ = ٨٠ سم

[٣٧° ، ١٠٦,١٦ ، ١٣٢,٩]

[١٨] حل المثلث القائم ٮ ب جـ الذى فيه ∠ جـ قائمة ق(∠ٮ) = ٣٦′ ٤٨° ، ب جـ = ١٢٠ سم

[٢٤′ ٤١° ، ١٠٥,٨ ، ١٦٠سم]

[١٩] سلم يرتكز على حائط صانعا مع الأرض زاوية قياسها ٣٠′ ٣٨° ويبعد موقعه عن الحائط بقدر ١٥ متر فلأى ارتفاع يصل طرفه الأخر ما هو طول السلم

[١١,٩ ، ١٩,١٨ سم]

[٢٠] ٮ ب جـ Δ متساوية الساقين فيه ٮ ب = ٮ جـ ، ٮ ء ⊥ ب جـ سم

١ إذا كان ق(∠ب) = ٤٢° ، ٮ ء = ٥سم احسب طول ب جـ [١١,١٠٦سم]

٢ إذا كان ق(∠ٮ) = ٩٦° ، ب جـ = ٤سم احسب طول ٮ ء [١,٨سم]

[٢١] ٮ ب جـ ء معين فيه ق(∠ ٮ ب ء) = ٢٤′ ٣٣° تقاطع قطراه فى م فكان طول م ٮ = ١٠ سم اوجد بدون قياس طول م ء

[١٥,١]

[٢٢] ٮ ب جـ Δ فيه ق(∠جـ) = ٥٠° ، ق(∠ٮ) = ٧٠° ، طول الارتفاع = ٮ ء = ٢٠سم

اوجد طول ب جـ [٢٨,٣١]

[٢٣] ٮ ب جـ Δ قائم الزاوية فى ٮ ، ٮ ء عمودى على قاعدته ب جـ فإذا كان ٮ ب = ٣٥ سم ، ق(∠ب ٮ ء) = ١٥′ ٢٠° فاوجد طول جـ ء

[٨٩ سم]



مسائل على حل المثلث القائم اذا علم منه طولا ضلعين

✍ [٢٤] ٩ ب جـ △ قائم الزاوية فى جـ ، ٩ جـ = ١٠ سم ، ٩ ب = ٢٥سم احسب ق(∠ ٩) ، طول ب جـ

[٢٥َ ٦٦° ، ٢٢,٩١ سم]

✍ [٢٥] ٩ ب جـ △ قائم الزاوية فى ب ، فيه ٩ جـ = ٢٠٠ سم ب جـ = ١٢٠ سم

اوجد قياس الزاويتين ٩ ، جـ ، وطول ٩ ب

[٣٣َ ٤٠° ، ٢٧َ ٤٩° ، ١٥١,٩٨ سم]

✍ [٢٦] حل المثلث ٩ ب جـ القائم الزاوية فى جـ والذى فيه ب جـ = ١٥٤ سم ، ٩ جـ = ٢٣١سم

[٤٢َ ٣٣° ، ١٨َ ٥٦° ، ٢٧٧,٦]

✍ [٢٧] حل المثلث ٩ ب جـ القائم الزاوية فى ب والذى فيه ٩ ب = ٣٥سم ، ب جـ = ٤٥سم

[٧َ ٥٢° ، ٥٣َ ٣٧° ، ٥٧ سم]

✍ [٢٨] حل المثلث ٩ ب جـ القائم الزاوية فى ب والذى فيه ٩ ب = ٢٠٠ سم ، ب جـ = ١٦٠ سم

[٤٠َ ٣٨° ، ٢٠َ ٥١° ، ٢٥٦ سم]

✍ [٢٩] سلم طوله ٢٠ مترا مستند على حائط راسى وطرفه السفلى على بعد ٥ متر منها

فما هو قياس الزاوية التى يصنعها السلم مع الأرض

[٣١َ ٧٥°]

✍ [٣٠] ٩ ب جـ △ متساوى الساقين فيه ب جـ = ١٢ سم ارتفاعه ٩ ء = ١٠ سم

اوجد قياسات زوايا هذا المثلث

[٥٦َ ٦١° ، ٢َ ٥٩° ، ٢َ ٥٩°]

✍ [٣١] معين طولا قطريه ١٤ سم ، ٢٠ سم اوجد قياسات زوايا هذا المعين وطول ضلعه

[٧٠° ، ١١٠° ، ٧٠° ، ١١٠° ، ١٢,٢ سم]

✍ [٣٢] ٩ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه ٩ ب = ٩ جـ = ٥١ سم ، ب جـ = ٣٤ سم احسب

قياس كل من الزاويتين ٩ ب جـ ، ب ٩ جـ ، طول ارتفاع المثلث المرسوم من ٩ على $\overline{\text{ب جـ}}$

[٣٢َ ٧٠° ، ٥٦َ ٣٨° ، ٩٦,٤٧ سم]

✍ [٣٣] دائرة مركزها م طول نصف قطرها = ٦سم ، ٩ نقطة خارجها رسم ٩ ب ليمسها عند ب فإذا

كان طول م ٩ = ١٠ سم فاوجد قياس ∠ ٩ م ب

[٨َ ٥٣°]

[٣٤] رسم وتر طوله ١٠ سم فى دائرة طول نصف قطرها = ١٣ سم

اوجد قياس الزاوية التى يقابلها الوتر عند المركز [١٤َ ٤٥°]

[٣٥] أ ب قطر فى دائرة طوله ٥٠سم رسم الوتر أ جـ الذى طوله ١٨,٧ سم

اوجد ق(∠ ب أ جـ) طول ب جـ [٢َ ٦٨° ، ٤٦,٣٧ سم]

[٣٦] أ ب جـ ∆ قائم الزاوية فى ب ، ء ∈ ب جـ ، ء ∉ ب جـ ، أ ب = ٣سم ، أ جـ = ٥سم

، أ ء = ٧سم فاوجد ق(∠ ب أ جـ) [٨َ ٥٣° ، ٢٩َ ١١°]

[٣٧] أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٢٠ سم ، ق(∠ أ ب جـ) = ٤٢° رسم أ ء عمودا على ب جـ

احسب طول أ ء إذا كان ء جـ = ١٨,١٤ سم اوجد ق(∠ جـ) [١٣,٣٨ ، ٢٦َ ٣٦°]

[٣٨] حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب فى الحالتين الآتيتين :

❶ أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٢سم ❷ ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ١٣ سم

[٣٩] حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب فى الحالتين الآتيتين :

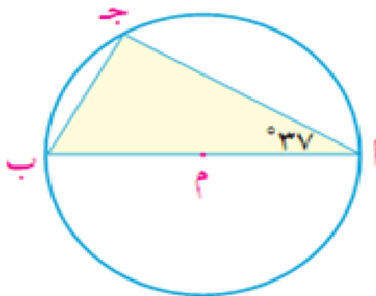
❶ أ ب = ٨سم ، ق(∠ جـ) = ٣٤° ❷ أ جـ = ٢٦سم ، ق(∠ أ) = ١٢َ ٥٣°

[٤٠] الربط بالهندسة :

يبين الشكل المقابل دائرة مركزها م ، أ ب قطر فيها

، فإذا كان : أ جـ = ١٢ سم ، ق(∠ أ) = ٣٧°

فأوجد طول نصف قطر الدائرة .





[٤١] س ص ع مثلث فيه س ص = ١١,٥سم ، ص ع = ٢٧,٦ سم ، س ع = ٢٩,٩ سم
، أثبت أن المثلث قائم الزاوية فى ص ، ثم أوجد قياس زاوية س

[٤٢] دائرة طول نصف قطرها ٦سم ، رسم فيها وتر يقابل زاوية مركزية قياسها ١٠٨°
احسب طول هذا الوتر مقربا الناتج لأقرب رقمين عشريين .

[٤٣] أ ب جـ مثلث رسم $\overleftarrow{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ فاذا كان أ ء = ٦سم ، ق(∠ ب) = ٥٢°
، ق(∠ جـ) = ٢٨° فأوجد طول $\overline{ب جـ}$ لأقرب سنتيمتر.

[٤٤] دائرة طول قطرها $\overline{أ ب}$ يساوى ٢٠سم ، رسم $\overline{أ جـ}$ وتر فيها طوله ١٢سم
، أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

[٤٥] قطعة أرض على شكل معين أ ب جـ ء طول ضلعه ١٢ مترا ، ق(∠ أ ب جـ) = ١٠٠°
أوجد طول كل من قطريه $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب ء}$ لأقرب متر.

[٤٦] أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ ب = جـ ء = ٥سم
، أ ء = ٤سم ، ب جـ = ١٠سم . أوجد قياس كل من زواياه الأربعة .

تمارين (١) على الكميات القياسية والمتجهة

[١] ارسم متجه موضع الذى تمثله المتجهات :

① $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٣ ، ١)　　② $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (١ ، −٢)　　③ $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = (٠ ، −٣)

④ $\overrightarrow{\text{د}}$ = (٠ ، ٤)　　⑤ $\overrightarrow{\text{هـ}}$ = (−٣ ، −١)　　⑥ $\overrightarrow{\text{م}}$ = −٥ $\underset{\sim}{\text{س}}$ + $\underset{\sim}{\text{ص}}$

⑦ $\overrightarrow{\text{ن}}$ = $\underset{\sim}{\text{ص}}$ − ٤ $\underset{\sim}{\text{س}}$　　⑧ $\overrightarrow{\text{و}}$ = (−٢ $\underset{\sim}{\text{س}}$ − ٥ $\underset{\sim}{\text{ص}}$　　⑨ $\overrightarrow{\text{م}}$ = −٣ $\underset{\sim}{\text{ص}}$

[٢] أوجد المتجه $\overrightarrow{\text{م}}$ الذى تمثله القطعة المستقيم الموجهة $\overrightarrow{\text{أب}}$ ثم ارسم متجه الموضع الممثل للمتجه $\overrightarrow{\text{م}}$

① $\overrightarrow{\text{أ}}$ (١ ، ٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٢ ، −١)　　② $\overrightarrow{\text{أ}}$ (−٢ ، −١) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٤ ، −٣)

③ $\overrightarrow{\text{أ}}$ (١ ، −٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (−١ ، −١)　　④ $\overrightarrow{\text{أ}}$ (−٧ ، ٥) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٢ ، −٥)

⑤ $\overrightarrow{\text{أ}}$ (٠ ، ٠) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (−٨ ، −٢)　　⑥ $\overrightarrow{\text{أ}}$ (١ ، ٤) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٧ ، ٦)

[٣] ارسم متجه الموضع الممثل لمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ ثم ارسم قطعة مستقيمة موجهة ممثلة للمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ نقطة بدايته ب وأوجد إحداثيا نقطة نهايتها .

① $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٣ $\underset{\sim}{\text{س}}$ + ٢ $\underset{\sim}{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٢ ، −١)

② $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (−٢ ، −٤) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٤ ، −٣)

③ $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٨ ، −١) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٢ ، ٤)

④ $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٤ $\underset{\sim}{\text{س}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٢ ، −٢)

[٤] ارسم متجه الموضع الممثل للمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ ثم ارسم قطعة مستقيمة موجهة للمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ نهايته النقطة ب وأوجد نقطة بدايتها .

① $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٤ $\underset{\sim}{\text{س}}$ + ٣ $\underset{\sim}{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٤ ، −٢)

② $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٢ ، −٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٠ ، −٣)

③ $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٢ $\underset{\sim}{\text{س}}$ − ٥ $\underset{\sim}{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (١ ، −٣)

④ $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (−٤ ، −١) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٢ ، ٠)

[٥] إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ = (٦ ، ٢) فارسم قطعة مستقيمة موجهة تمثل : $\overrightarrow{أ}$ ، ٢ $\overrightarrow{أ}$ ، $\frac{١}{٢}$ $\overrightarrow{أ}$ ، − $\overrightarrow{أ}$ والتى نقطة بدايته النقطة ب (٢ ، − ١)

[٦] أنشئ نظاما إحداثيا وعين علي النقط أ (٢ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥) ، جـ (٤ ، − ٢)
ارسم قطعة مستقيمة موجهة $\overrightarrow{جـ ء}$ تكافئ $\overrightarrow{أ ب}$ وأوجد إحداثيا نقطة ء .

[٧] أنشئ نظاما إحداثيا وعين عليه النقط أ (− ١ ، ٥) ، ب (− ٢ ، − ١) ، جـ (− ٧ ، − ٤) ارسم قطعة مستقيمة موجهة $\overrightarrow{جـ ء}$ تكافئ $\overrightarrow{أ ب}$ وأوجد إحداثيا نقطة ء .

[٨] إذا كانت : أ (− ١ ، ١) ، ب (٢ ، − ٢) ، جـ (٥ ، ٤) ، ء (− ١ ، ٧)
وكانت $\overrightarrow{م}$ ، $\overrightarrow{ن}$ ، $\overrightarrow{هـ}$ ممثلة بالقطعة المستقيمة الموجهة $\overrightarrow{أ ب}$ ، $\overrightarrow{جـ ء}$ ، $\overrightarrow{ب ء}$
على الترتيب فأوجد $\overrightarrow{م}$ − $\overrightarrow{ن}$ + $\overrightarrow{هـ}$

[٩] فى مستوى إحداثى متعامد عين النقط أ (٢ ، ٣) ، ب (− ٢ ، ٦)
، جـ (٥ ، − ٣) ، ء (٢ ، ٥) ثم ارسم $\overrightarrow{جـ هـ}$ ، $\overrightarrow{ل ء}$ ، $\overrightarrow{و ر}$ كل منها تكافئ $\overrightarrow{أ ب}$
، وأوجد إحداثيي كل من هـ ، ل ، ر
باستخدام الانتقال : عين إحداثيي النقطة ر التى تجعل $\overrightarrow{و ر}$ تكافئ $\overrightarrow{أ ب}$

[١٠] أ ب جـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى نقطة م
أولا : اذكر القطع المستقيمة الموجهة (إن وجدت) والتى تكافئ :
(١) $\overrightarrow{أ ب}$ (٢) $\overrightarrow{جـ ء}$ (٣) $\overrightarrow{ب جـ}$ (٤) $\overrightarrow{أ م}$ (٥) $\overrightarrow{م ء}$
ثانيا : بين لماذا تكون القطع المستقيمة الموجهة التالية غير متكافئة :
(١) $\overrightarrow{أ م}$ ، $\overrightarrow{أ جـ}$ (٢) $\overrightarrow{ب أ}$ ، $\overrightarrow{ء جـ}$ (٣) $\overrightarrow{ب م}$ ، $\overrightarrow{ء م}$



[١١] فى المستوى الإحداثى المتعامد إذا كانت أ (٢ ، − ١) ، ب (٥ ، ٠) جـ (− ١ ، − ٣) فأوجد متجه الموضع لكل منها بالنسبة لنقطة الأصل و ، وارسم القطعة المستقيمة الموجهة الممثلة له فى المستوى الإحداثى .

[١٢] أوجد المتجه $\overrightarrow{وأ}$ فى الصورة القطبية إذا كان : $\overrightarrow{وأ}$

① (٢ ، − ٢) ② ($\sqrt{٧}$ ، − $\sqrt{١٤}$) (− ٣$\sqrt{٣}$ ، ٣)

(٨$\sqrt{٣}$ ، ٨) (٨$\sqrt{٣}$ ، ٨)

[١٣] إذا كان : $\overrightarrow{وجـ}$ متجه موضع لنقطة جـ بالنسبة لنقطة الأصل و ، فأوجد إحداثيي نقطة جـ

① (٤ ، $\frac{\pi}{٣}$) ② (٦$\sqrt{٢}$ ، $\frac{\pi}{٤}$) ③ (١٤ ، $\frac{٥\pi}{٣}$)

④ (٥ ، $\frac{٤\pi}{٣}$) ⑤ (٢ ، $\frac{\pi}{٢}$) ⑥ (٩ ، $\frac{٣\pi}{٢}$)

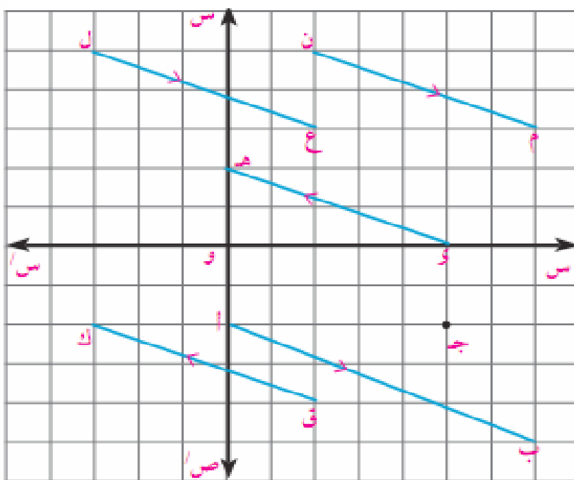
[١٤] فى مستوى إحداثى متعامد . أوجد الصورة القطبية لمتجه الموضع للنقطة أ بالنسبة لنقطة الأصل و . إذا كانت :

❶ أ (− ٢ ، − ٢$\sqrt{٣}$) ❷ أ (− ٢ ، − ٢$\sqrt{٣}$) ❸ أ (− ٢ ، − ٢$\sqrt{٣}$)

[١٥] فى الشكل المقابل :

❶ عين متجه موضع نقطة جـ بالنسبة الى نقطة الأصل و ، ثم أوجد معيارة

❷ حدد جميع عناصر مجموعة المتجهات التى تكافئ كل منها $\overrightarrow{وجـ}$ ؟



تمارين (٢) على العمليات على المتجهات

[١] أكمل ما يأتي بالاجابة الصحيحة :

١. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٤ ، − ٢) ، $\overrightarrow{\text{أب}}$ = (٣ ، ٥) فإن : $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ...

٢. إذا كان : $\overrightarrow{\text{م}}$ = (٤ ، − ٦) ، $\overrightarrow{\text{ن}}$ = (أ ، ٣) ، $\overrightarrow{\text{م}}$ // $\overrightarrow{\text{ن}}$ فإن أ = ...

٣. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٣ ، − ٢) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٢ ، ك) ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ ⊥ $\overrightarrow{\text{ب}}$ فإن ك = ...

٤. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (١ ، ٤) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (− ٤ ، ٢) فإن || $\overrightarrow{\text{أ}}$ − $\overrightarrow{\text{ب}}$ || = ...

٥. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (ك ، ٢) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٢ ، م) ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{ب}}$ فإن ك = ... ، م = ...

٦. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٣ ، − ٢) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (− ١ ، ١) ، $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = $\overrightarrow{\text{أ}}$ + $\overrightarrow{\text{ب}}$ فإن $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = ...

٧. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٢ ، − ٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٣ ، ١) ، $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = $\frac{١}{٢}$ (٢ $\overrightarrow{\text{أ}}$ − $\overrightarrow{\text{ب}}$) فإن $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = ...

٨. تتكافأ القطعتان المستقيمتان الموجهتان إذا كان .... ، ....

٩. متجه الموضع لنقطة معلومة هو ....

١٠. إذا كان : ٢ (٣ ، ب) + ٣ (أ − ٢) = (٣ ، ٢) فإن : أ = ... ، ب = ...

١١. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ (٥ ، ٧) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٠ ، ٥) فإن : || $\overrightarrow{\text{أ}}$ + $\overrightarrow{\text{ب}}$ || = ...

١٣. إذا كان : المتجهان $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ متساويان حيث $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٢ ، م) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (ك ، ٥) فإن : ك − م = ...

١٤. إذا كان : المتجهان $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ متوازيان حيث $\overrightarrow{\text{أ}}$ (٤ ، ٥) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (١ ، م) فإن م = ...

١٥. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = $\frac{٢}{٥}$ $\overrightarrow{\text{ب}}$ وعندما $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ($\frac{٢}{٥}$ ، ٥) فإن $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ...

١٦. إذا كان : أ (٢ ، ٠) + ب (٠ ، ٣) = (− ٤ ، ٦) فإن أ − ب = ...

١٧. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ (٤ ، ٠) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٠ ، ٣) فإن : || $\overrightarrow{\text{أب}}$ || = ...

١٨. إذا كان : ٢ $\overrightarrow{\text{جـ}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ء}}$ = (٤ ، ٤) وكان $\overrightarrow{\text{ء}}$ ($\frac{٢}{٣}$ ، ١) فإن $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = ...

١٩. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ // $\overrightarrow{\text{ب}}$ ، ك // ح − { ٠ } وكانت ك $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ($\frac{٥}{٢}$ ، ١) ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ ($\frac{١٠}{٣}$ ، $\frac{٤}{٣}$) فإن : ك = ...

٢٠. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٥ ، ٢) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ($\frac{١}{٢}$ ، ١) فإن $\frac{١}{٢}$ $\overrightarrow{\text{أ}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ...

٢١. إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = $\overrightarrow{\text{ب}}$ والمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٣ ($\frac{١}{٢}$ ، ٠) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (س ، ص) فإن س − ص = ...

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

❶ إذا كان : $\overleftarrow{م}$ (٢ ، ٢) ، $\overleftarrow{ب}$ (٥ ، — ٢) فإن : || $\overleftarrow{م ب}$ || = ...

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{7}$ ③ ٥ ④ ٢٥

❷ إذا كان : $\overleftarrow{م ب}$ = (٣ ، ٢) ، $\overleftarrow{م}$ = (— ٥ ، ١) فإن $\overleftarrow{ب}$ يساوى ....

① (٨ ، ٣) ② (٣ ، ٨) ③ (٥ ، — ١) ④ (— ٢ ، ٣)

❸ إذا كان : $\overleftarrow{م}$ = ك $\overleftarrow{ب}$ حيث $\overleftarrow{م}$ ، ب غير صفريين ، ك ∌ { ٠ ، ١ } فإن ....

① $\overleftarrow{م}$ = $\overleftarrow{ب}$ ② $\overleftarrow{ب}$ ⊥ $\overleftarrow{م}$ ③ $\overleftarrow{م}$ لايوازى $\overleftarrow{ب}$ ④ $\overleftarrow{م}$ // $\overleftarrow{ب}$

❹ إذا كان : م = ($م_1$ ، $ب_1$) ، $\overleftarrow{ب}$ = ($م_2$ ، $ب_2$) ، $\overleftarrow{م}$ // $\overleftarrow{ب}$ فإن : ....

① $م_1 ب_2$ — $م_2 ب_1$ = صفر ② $م_1 م_2$ — $ب_1 ب_2$ = صفر

③ $م_1 م_2$ + $ب_1 ب_2$ = صفر ④ $م_1 ب_2$ + $م_2 ب_1$ = صفر

❺ إذا كان : $\overleftarrow{م}$ = ($س_1$ ، $ص_1$) ، $\overleftarrow{ب}$ = ($س_2$ ، $ص_2$) ، $\overleftarrow{م}$ ⊥ $\overleftarrow{ب}$ فإن : ....

① $س_1 س_2$ + $ص_1 ص_2$ = صفر ② $س_1 س_2$ — $ص_1 ص_2$ = صفر

③ $س_1 ص_2$ — $س_2 ص_1$ = صفر ④ $س_1 ص_2$ + $س_2 ص_1$ = صفر

❻ إذا كان : $\overleftarrow{م}$ (س ، ٤) ، $\overleftarrow{ب}$ (٢ ، ص) ، $\overleftarrow{م}$ // $\overleftarrow{ب}$ فإن : ....

① س + ٢ ص = ٠ ② س = ٢ ص ③ س ص = ٨ ④ س = ٢ ص

❼ إذا كان : $\overleftarrow{م}$ (س ، — ١) ، $\overleftarrow{ب}$ (٣ ، ص) ، $\overleftarrow{م}$ ⊥ $\overleftarrow{ب}$ فإن : ....

① ص = ٣ س ② ص = — س ③ س ص = — ٣ ④ س ص = ٣

❽ إذا كان : $\overleftarrow{م}$ = — ٣ $\overset{\sim}{س}$ + ٤ $\overset{\sim}{ص}$ فإن : || $\overleftarrow{م}$ || = ...

① ٧ ② ٢٥ ③ $\sqrt{7}$ ④ ٥

❽ إذا كان : || م(٣ ، ٤) || = ١ فإن م = ...

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{25}$ ③ ± $\frac{1}{5}$ ④ ± ٥

❾ إذا كان : $\overrightarrow{م}$ = (– ٣ ، – ٤) فان || $\overrightarrow{م}$ || = ...

① ٣ ② ٤ ③ – ٧ ④ ٥

❿ إذا كان : $\overrightarrow{م}$ (٤ ، ٥) ، $\overrightarrow{ب}$ (– ٢٠ ، ١٦) فان المتجهين $\overrightarrow{م}$ ، $\overrightarrow{ب}$ ....

① متعامدان ② متوازيان ③ متكافئان ④ خلاف ذلك

⓫ إذا كان : $\overrightarrow{م}$ (٣ ، ٥) ، $\overrightarrow{ب}$ (١ ، م) متعامدان فان م تساوى ....

① – ٥ ② – ٣ ③ $\frac{-٣}{٥}$ ④ $\frac{-٥}{٣}$

⓬ إذا كان : $\overrightarrow{م}$ = (٢ ، – ٣) ، $\overrightarrow{ب}$ = (٣ ، ١ – س) فان س تساوى ....

① ٤ ② $\frac{١١}{٢}$ ③ – ١ ④ – ٩

⓭ إذا كان : $\overrightarrow{م ب}$ // $\overrightarrow{جـ ء}$ ، $\overrightarrow{م ب}$ = (٥ ، ٦) فان : $\overrightarrow{ء}$ – $\overrightarrow{جـ}$ يمكن أن تساوى ....

① (٥ ، ٦) ② (– ٦ ، ٥) ③ (– ٥ ، – ٦) ④ (– ٦ ، – ٥)

⓮ إذا كان : $\overrightarrow{م}$ (٤ ، – ٢) ، $\overrightarrow{ب}$ (– ٢ ، ٠) ، $\overrightarrow{جـ}$ (١ ، م)
وكان $\overrightarrow{م ب}$ ⊥ $\overrightarrow{جـ ب}$ فان م تساوى ....

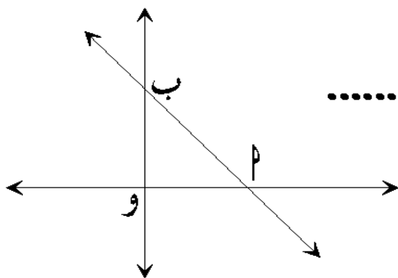
① ٢ ② ١ ③ – ٢ ④ – ١

⓯ إذا كان : || $\overrightarrow{م ب}$ || = ٥ ، و ب = ٣ فان معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{م ب}$ هى ....

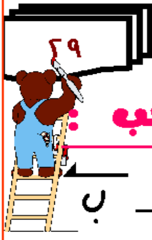
① $\frac{س}{٤}$ + $\frac{ص}{٣}$ = ١ ② $\frac{س}{٣}$ + $\frac{ص}{٥}$ = ١

③ س – ٤ = ص – ٣ ④ ٤ ص = ٣ س

⓰ إذا كان : ل : ٣ س + ٨ ص – ٢٤ = ٠
فان مساحة المثلث الذى يصنعه هذا المستقيم مع محورى الإحداثيات يساوى ....



① ٣ وحدات مساحة ② ٨ وحدات مساحة
③ ١٢ وحدات مساحة ④ ٢٤ وحدات مساحة



[٣] ضع (✓) أمام العبارة الصحيحة أو (×) أمام العبارة الخطأ مع بيان السبب :

١ إذا كان : $\overrightarrow{أ} = (٣ ، -٤)$ ، $\overrightarrow{ب} = -٤\overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص}$ فإن : $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$

٢ إذا كان : أ ب جـ ء مستطيل قطراه $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب ء}$ فإن : $\overrightarrow{أ جـ}$ يكافئ $\overrightarrow{ب ء}$

٣ إذا كان : $\overrightarrow{أ} = (٣ ، -١)$ ، $\overrightarrow{ب} = (١ ، ٣)$ فإن : $\|\overrightarrow{أ ب}\| = \sqrt{٢٠}$

٤ إذا كان : $\overrightarrow{س ص} = (٢ ، ٣)$ ، س = (١ ، ٢) فإن : ص = (١ ، ١)

[٤] إذا كان : $\overrightarrow{أ} = (٢ ، -٦)$ ، $\overrightarrow{ب} = (-٢ ، ٥)$ ، $\overrightarrow{جـ} = (-٦ ، ١٤)$

١ أوجد $٢\overrightarrow{أ}$ ، $-\overrightarrow{ب}$ ، $\frac{١}{٢}\overrightarrow{جـ}$ ، $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{جـ}$

٢ عبر عن $\overrightarrow{جـ}$ بدلالة $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$

[٥] عبر عن كل المتجهات التالية بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين :

١ $\overrightarrow{م} = (-٣ ، ٤)$

٢ $\overrightarrow{ن} = (٥ ، -١٢)$

٣ $\overrightarrow{ل} = (-٣ ، -٦)$

٤ $\overrightarrow{ع} = (-٧ ، ٠)$

[٦] إذا كانت $\overrightarrow{أ} = (١ ، ١)$ ، $\overrightarrow{ب} = (٢ - ك ، ٤)$ ، $\overrightarrow{جـ} = (ك - ٣ ، -٥)$

فأوجد العدد ك إذا كان : ١ $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متوازيان ٢ $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{جـ}$ متعامدان

[٧] إذا كانت $\overrightarrow{أ} = ك\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب} = ٤\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$

فأوجد العدد ك إذا كان : ١ $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متوازيان ٢ $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متعامدان

[٨] أوجد العدد ك (ان أمكن) بحيث تحقق الشروط المعطاة :

١ $\overrightarrow{أ} = (٢ ، ك)$ ، $\overrightarrow{ب} = (٣ ، -١)$ متعامدان .

٢ $\overrightarrow{أ} = (ك ، -٢)$ ، $\overrightarrow{ب} = ك\overrightarrow{س} + ٨\overrightarrow{ص}$ متعامدان

٣ $\overrightarrow{أ} = (-ك ، ٢)$ ، $\overrightarrow{ب} = (١ ، ك)$ متوازيان

٤ $\overrightarrow{أ} = ٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$ ، ب = ك $\overrightarrow{ص}$ متوازيان

[٩] إذا كانت: ٢ م + ٣ أب = ٢ جـب − ب أ **: اثبت أن :** م = جـ أ

[١٠] في مستوى إحداثي متعامد : أ (٣ ، −٤) ، ب (−١٢ ، ٥) ، جـ (−٢ ، −٦) ، **أوجد متجه الموضع لكل النقط** أ ، ب ، جـ **بالنسبة لنقطة الأصل** و (٠ ، ٠) ، **ثم أوجد معيار كل منها .**

[١١] عبر عن كل من المتجهات التالية بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين ، ثم أوجد معيار كل منهما :

① م = (−٤ ، −٣)   ② ن = (٨ ، −٦)   ③ ق (−٥ ، −١٢)

④ أ = (٠ ، ٢√٢)   ⑤ ب = (−٣√٣ ، ٠)   ⑥ جـ = (√٢ ، −٣√٢)

[١٢] أوجد الصورة القطبية لكل من المتجهات التالية :

(١) م = ٨√٢ س + ٨ ص   (٢) ن = ٣√٢ س + ٣√٢ ص

[١٣] إذا كان : أ (٣ ، −٢) ، ب (−٢ ، ٥) ، جـ (٠ ، ١١)

اكتب كلا من المتجهات التالية بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين

٢ ب ، ٣ جـ ، أ + ب − جـ ، ½ (ب + جـ) **عبر عن** جـ **بدلالة** أ ، ب

[١٤] إذا كان : م (٥ ، ١) ، ن (٤ ، −٢٠) ، ل (−١٠ ، −٢)

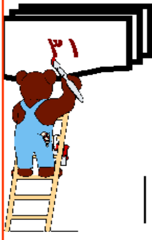
اثبت أن : ① م ⊥ ن   ② م // ل   ③ ن ⊥ ل

[١٥] إذا كان : م = ٣ ص + ٤ س ، ن = −٦ س − ٨ ص

ل = أ س − ٨ ص ، ق = ٤ س + ب ص

① **اثبت أن :** م // ن   ② **أوجد :** ب ∈ ح **إذا كان** م // ل

③ **أوجد** ب ∈ ح **إذا كان :** ق ⊥ ن   ④ **هل** ق ⊥ م ؟ **فسر إجابتك**



[١٦] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = − $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٤ $\overrightarrow{\text{ص}}$

أوجد : ❶ $\overrightarrow{\text{أ}}$ + $\overrightarrow{\text{ب}}$ ❷ $\overrightarrow{\text{أ}}$ − $\overrightarrow{\text{ب}}$ ❸ || $\overrightarrow{\text{أ}}$ + $\overrightarrow{\text{ب}}$ ||

❹ ٢ $\overrightarrow{\text{أ}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ب}}$ ❺ $\overrightarrow{\text{أ}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ب}}$ ❻ − ٣ $\overrightarrow{\text{أ}}$

[١٧] أ ب جـ ء **شبه منحرف فيه** أ (− ٢ ، − ٣) ، ب (٤ ، − ١) ، جـ (٢ ، ٥) ، ء (− ١ ، ك)

❶ **إذا كان :** $\overrightarrow{\text{أب}}$ // $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$ **أوجد قيمة** ك .

❷ **اثبت أن :** $\overrightarrow{\text{جـب}}$ ⊥ $\overrightarrow{\text{أب}}$ ❸ **أوجد مساحة شبه المنحرف** أ ب جـ ء .

[١٨] أ ب جـ ء **شكل رباعى فيه :** أ (− ١ ، − ٢) ، ب (٩ ، ٠) ، جـ (٨ ، ٤) ، ء (٠ ، ٢) **اثبت أن :** ❶ $\overrightarrow{\text{أب}}$ = $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$ ❷ $\overrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ $\overline{\text{بجـ}}$

[١٩] أ ب جـ ء **متوازى أضلاع** ، أ (٣ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤) ، ء (− ٢ ، − ١)

أوجد إحداثيا نقطة جـ .

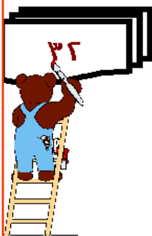
[٢٠] إذا كان : أ = (٧ ، − ٦) ، ب = (− ٣ ، ٤) ، جـ = (− ٥ ، ٣) ، ء (٠ ، ٨) **اثبت أن :** $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{بء}}$ **متعامدان واحسب معيار كل من نهما**

[٢١] إذا كان : $\overrightarrow{\text{ن}}$ = (١ ، ٤) ، $\overrightarrow{\text{هـ}}$ = (٢ ، ٣) ، $\overrightarrow{\text{م}}$ = (٢ ، $\frac{٥}{٤}$)

أوجد $\overrightarrow{\text{ص}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{ن}}$ + $\overrightarrow{\text{هـ}}$ − ٤ $\overrightarrow{\text{م}}$ **واحسب** || $\overrightarrow{\text{ص}}$ ||

[٢٢] أوجد المتجه $\overrightarrow{\text{مـ}}$ **حيث** $\overrightarrow{\text{مـ}}$ = $\frac{١}{٢}$ $\overrightarrow{\text{أ}}$ − $\overrightarrow{\text{ب}}$ + $\frac{٣}{٢}$ $\overrightarrow{\text{جـ}}$ **ثم عين** || $\overrightarrow{\text{مـ}}$ ||

[٢٣] إذا كان: $\overrightarrow{\text{مـ}}$ = $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ن}}$ = − ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ل}}$ = ٤ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ **أوجد قيمة** ك **بحيث تحقق** || ك ($\overrightarrow{\text{مـ}}$ + $\overrightarrow{\text{ن}}$ + $\overrightarrow{\text{ل}}$) || = ٢٠



[٢٤] أ ب جـ مثلث رؤوسه أ (٢ ، –٢) ، ب (٨ ، ٤) ، جـ (٥ ، ٧) .

❶ اثبت أن △ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب

❷ أوجد مركز الدائرة المارة برؤوسه △ أ ب جـ

[٢٥] أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه أ (س ، ٢) ، ب = (٣ ، ٨) ، جـ (٩ ، ١) ، ء (٧ ، ص) . أوجد قيمة س ، ص ثم أوجد || $\overrightarrow{\text{أب}}$ || ، || $\overrightarrow{\text{أء}}$ ||

[٢٦] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أب}}$ = (١ ، ٧) ، $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ = (–٤ ، ٢) ، و$\overrightarrow{\text{أ}}$ + $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ = (–٤ ، –٦)

فأوجد إحداثى كل من النقط أ ، ب ، جـ حيث و نقطة الأصل .

[٢٧] س ص ع ل شكل رباعي فيه $\overrightarrow{\text{سص}}$ (٢ ، ٣) ، $\overrightarrow{\text{صع}}$ = (٤ ، –٢)

، $\overrightarrow{\text{عل}}$ = (٣ ، ٤) ، عين المتجه $\overrightarrow{\text{سل}}$. إذا كان ل = (٤ ، –٢)

فأوجد النقط س ، ص ، ع

[٢٨] إذا كان : أ (س ، –٢) ، ب (٤ ، ١) ، جـ (٣ ، ص) ، ء (–١ ، ٥)

أوجد قيمة كل من س ، ص إذا كان :

❶ المتجهان $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـء}}$ متساويان مقدارا متحدان اتجاها .

❷ المتجهان $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـء}}$ متساويان مقدارا متضادان اتجاها .

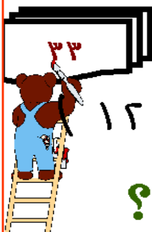
[٢٩] إذا كان : أ (٧ ، ٤) ، ب (٣ ، ٨) ، جـ (–٣ ، ٠)

أوجد نقطة ء بحيث يكون أ ب جـ ء متوازى أضلاع .

[٣٠] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ (١٢ ، –٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ك (٤ ، ص) ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ // $\overrightarrow{\text{ب}}$ أوجد كل من ك ، ص

[٣١] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ (–٢√٣ ، –٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ (٢ ، √٣)

اذكر العلاقة بين المتجهين $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ مع ذكر السبب ؟



[٣٢] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أب}}$ = (٧ ، −٤) ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (−٥ ، ٣) ، ء $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = (−٢١ ، ١٢) ، $\overrightarrow{\text{ء}}$ = (١٥ ، −٩) عين $\overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـ}}$ وعين عندئذ أى المتجهات تكون متوازية ؟

[٣٣] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٧ ، −٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (−٢ ، ٥) ، $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$

١ اثبت أن : $\overrightarrow{\text{ل}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{جـ}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ب}}$ − $\overrightarrow{\text{أ}}$ يوازى المتجه $\overrightarrow{\text{م}}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٨ $\overrightarrow{\text{ص}}$

٢ إذا كان : $\overrightarrow{\text{ل}}$ = ك $\overrightarrow{\text{م}}$ أوجد قيمة ك

[٣٤] إذا كان : ء(٢ ، ٤) ، هـ(٦ ، ٤) ، ى(٢ ، ٧) اثبت أن :

١ $\overrightarrow{\text{ءهـ}}$ // محور السينات ٢ $\overrightarrow{\text{ءى}}$ // محور الصادات ٣ || $\overrightarrow{\text{ءهـ}}$ ||

٤ إذا كان : $\overrightarrow{\text{وأ}}$ تكافئ $\overrightarrow{\text{ءهـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{وب}}$ تكافئ $\overrightarrow{\text{ءى}}$ ، $\overrightarrow{\text{وجـ}}$ تكافئ $\overrightarrow{\text{هـء}}$ ، $\overrightarrow{\text{ون}}$ تكافئ $\overrightarrow{\text{هـى}}$ حيث و نقطة الأصل . فأوجد إحداثيات كل من أ ، ب ، جـ ، ن

[٣٥] إذا كان : $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = (٤ ، −١) ، $\overrightarrow{\text{ء}}$ = (−٣ ، ٢) ، $\overrightarrow{\text{هـ}}$ = (−٥ ، ١)

فأوجد المتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ الذى يحقق المعادلة : ٢ $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{جـ}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ء}}$ + ٢ $\overrightarrow{\text{هـ}}$

[٣٦] إذا كان: $\overrightarrow{\text{م}}$ = (١ ، −٣) ، $\overrightarrow{\text{ن}}$ = (٤ ، ١) ، $\overrightarrow{\text{ل}}$ = (٢ ، −٣) فأوجد :

١ $\overrightarrow{\text{م}}$ + $\overrightarrow{\text{ن}}$ ٢ $\overrightarrow{\text{ل}}$ − $\overrightarrow{\text{ن}}$ ٣ ٢ $\overrightarrow{\text{م}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ل}}$ ٤ ٢ $\overrightarrow{\text{ن}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ل}}$

[٣٧] أوجد بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين المتجه الذى يعبر عن :

١ سرعة منتظمة مقدارها ٦٠ كم/س في اتجاه الغرب .

٢ قوة مقدارها ٢٠ ث كجم تؤثر على جسم في اتجاه ٣٠° جنوب الشرق .

٣ إزاحة جسم مسافة ٤٠ سم في اتجاه الشمال الغربى .

[٣٧] أوجد بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين المتجه الذى يعبر عن كل من :

١ إزاحة جسم مسافة ١٥٠ سم في اتجاه الجنوب الشرق .

٢ قوة مقدارها ٩٠ ث كجم تؤثر على جسيم في اتجاه ٦٠° غرب الجنوب .

[٣٨] أوجد بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين المتجه الذى يعبر عن كل من :

❶ السرعة المنتظمة لسيارة تقطع ١٠٠ كم/س فى اتجاه ٦٠° شمال الشرق

❷ قوة مقدارها ١٢٠ نيوتن تؤثر فى نقطة مادية فى اتجاه ٣٠° جنوب الغرب .

[٣٩] الشبكة المقابلة لمتوازيات أضلاع متطابقة :

أولا : عبر كل من القطع المستقيمة الموجهة التالية بدلالة المتجهين $\overrightarrow{م}$ ، $\overrightarrow{ن}$

❶ $\overrightarrow{أب}$ ❷ $\overrightarrow{جـ ب}$ ❸ $\overrightarrow{جـ هـ}$ ❹ $\overrightarrow{ب جـ}$

❺ $\overrightarrow{ب أ}$ ❻ $\overrightarrow{ط هـ}$ ❼ $\overrightarrow{ى ل}$ ❽ $\overrightarrow{ى هـ}$ ❾ $\overrightarrow{ل أ}$

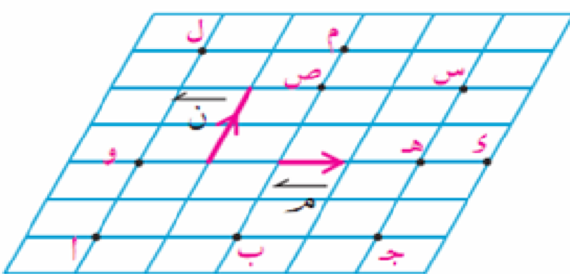
ثانيا : استنتج أن : $\overrightarrow{أب} = -\overrightarrow{ب أ}$ وفسر ذلك هندسيا

[٤٢] ارسم $\overrightarrow{م} = (٢ ، \frac{\pi}{٤})$ فى مستوى إحداثى متعامد ، ثم مثل هندسيا

كلا من متجهات الموضع التالية بقطع مستقيمة موجهة فى نفس المستوى :

❶ $\overrightarrow{أ} = ٣\overrightarrow{م}$ ❷ $\overrightarrow{ب} = -\overrightarrow{م}$ ❸ $\overrightarrow{جـ} = -٢\overrightarrow{م}$

[٤١] الشبكة البيانية المقابلة لمتوازيات الأضلاع متطابقة عبر عن كل من القطع المستقيمة الموجهة التالية بدلالة المتجهين $\overrightarrow{م}$ ، $\overrightarrow{ن}$

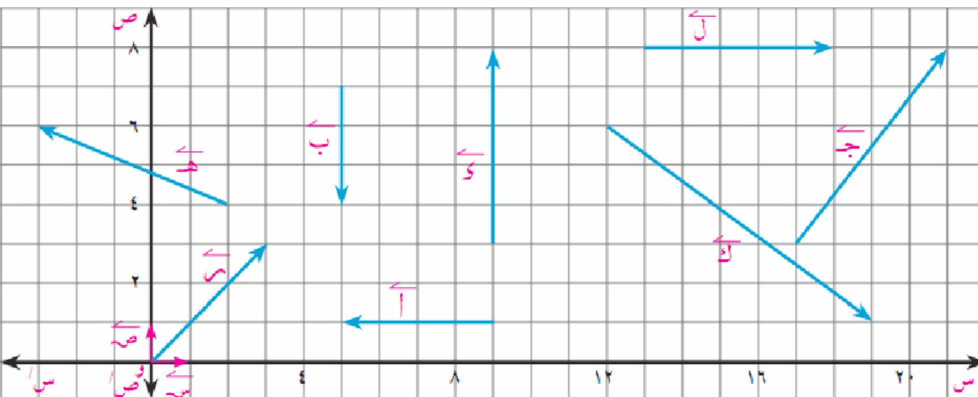


❶ $\overrightarrow{أب}$ ❷ $\overrightarrow{ب ص}$ ❸ $\overrightarrow{هـ جـ}$ ❹ $\overrightarrow{ى هـ}$

❺ $\overrightarrow{س هـ}$ ❻ $\overrightarrow{س ص}$ ❼ $\overrightarrow{ص م}$ ❽ $\overrightarrow{ل م}$

❾ $\overrightarrow{ب م}$ ❿ $\overrightarrow{هـ و}$ ⓫ $\overrightarrow{و ل}$ ⓬ $\overrightarrow{و ى}$

[٤٠] يبين الشكل التالى تمثيلا لبعض المتجهات فى المستوى الإحداثى المتعامد اكتب كل متجه بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين.



تمارين (٣) على العمليات على المتجهات

[١] أكمل ما يأتي :

❶ في المثلث أ ب جـ : $\overrightarrow{\text{أ جـ}} - \overrightarrow{\text{جـ ب}} =$ ....

❷ في المثلث أ ب جـ : $\overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{ب جـ}} =$ ....

❸ في المثلث س ص ع : $\overrightarrow{\text{س ص}} + \overrightarrow{\text{ص ع}} + \overrightarrow{\text{س ع}} =$ ....

❹ في المثلث أ ب جـ : أ ب = أ جـ ، س منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ فان : $\overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{أ جـ}} =$ ....

[٢] في المثلث س ص ع أكمل ما يأتي :

(١) $\overrightarrow{\text{س ص}} + \overrightarrow{\text{ص ع}} =$ ....   (٢) $\overrightarrow{\text{س ع}} + \overrightarrow{\text{ع ص}} =$ ....

(٣) $\overrightarrow{\text{س ص}} - \overrightarrow{\text{س ع}} =$ ....   (٤) $\overrightarrow{\text{ص س}} - \overrightarrow{\text{ص ع}} =$ ....

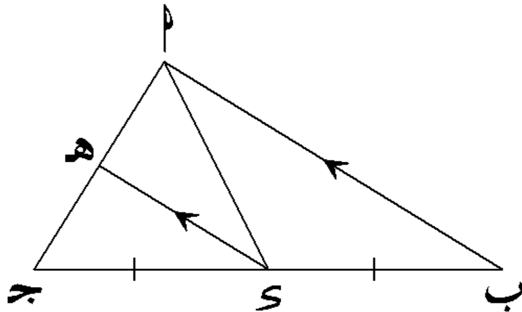
[٣] ق ن ل م متوازي أضلاع تقاطع قطراه في ك أكمل ما يأتي :

❶ $\overrightarrow{\text{ن ل}} + \overrightarrow{\text{ل م}} =$ ....   ❷ $\overrightarrow{\text{ق ل}} = ٢ \times$ ....

❸ $\overrightarrow{\text{ق ن}} + \overrightarrow{\text{ن ل}} = ٢ \times$ ....   ❹ $\overrightarrow{\text{ق م}} + \overrightarrow{\text{ل م}} =$ ....

❺ $\overrightarrow{\text{ل ن}} + \overrightarrow{\text{ق ن}} = ٢ \times$ ......   ❻ $\overrightarrow{\text{ن ق}} + \overrightarrow{\text{م ق}} + \overrightarrow{\text{م ل}} + \overrightarrow{\text{ن ل}} =$ ....

[٤] في المثلث أ ب جـ : إذا كانت ء منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}} \,//\, \overline{\text{ب أ}}$ فان



(١) $\overrightarrow{\text{أ ء}} + \overrightarrow{\text{جـ ء}} = ٢ \times$ ....

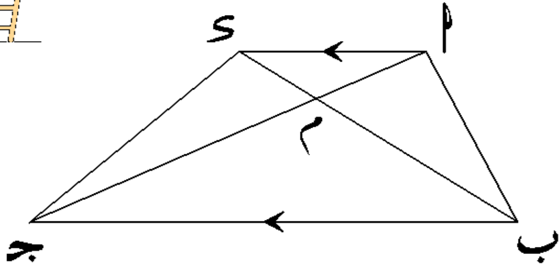
(٢) $\overrightarrow{\text{ء هـ}} - \overrightarrow{\text{جـ هـ}} =$ ....

(٣) $\overrightarrow{\text{أ ء}} + \overrightarrow{\text{ء ب}} =$ ....

(٤) $\overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{أ جـ}} + \overrightarrow{\text{ء جـ}} =$ .... $+ \overrightarrow{\text{أ ء}}$

(٥) $\overrightarrow{\text{أ ب}} + ٢\,\overrightarrow{\text{ب ء}} + ٣\,\overrightarrow{\text{جـ هـ}} + \overrightarrow{\text{أ ء}} + \overrightarrow{\text{ء هـ}} =$ ....

[٥] فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء شبه منحرف ، $\overline{\text{بجـ}}$ // $\overline{\text{أء}}$ ، ب جـ = ٢ أ ء فإن :



① $\overrightarrow{\text{جـأ}} + \overrightarrow{\text{أب}} = ٢ \times$ ....

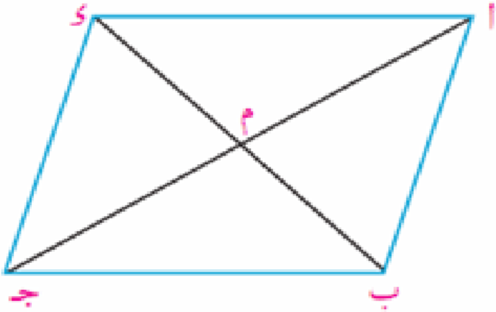
② $\overrightarrow{\text{بء}} + \overrightarrow{\text{أجـ}} = ٣ \times$ ....

③ $\overrightarrow{\text{جـء}} - \overrightarrow{\text{أب}} = \frac{٣}{٢} \times$ ....

④ $\overrightarrow{\text{بم}} + \overrightarrow{\text{مء}} + \overrightarrow{\text{جـم}} + \overrightarrow{\text{مأ}} = \overrightarrow{\text{بأ}} +$ ....

⑤ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} - \overrightarrow{\text{ءجـ}} + \overrightarrow{\text{ءم}} - \overrightarrow{\text{أم}} =$ ....

[٦] فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، م نقطة تقاطع قطراه . أكمل :



❶ $\overrightarrow{\text{أب}} =$ ....

❷ $\overrightarrow{\text{بجـ}} =$ ....

❸ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} =$ ....

❹ $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{جـء}} =$ ....

❺ $\overrightarrow{\text{بء}} + \overrightarrow{\text{ءجـ}} =$ ....

❻ $\overrightarrow{\text{جـأ}} + \overrightarrow{\text{أء}} =$ ....

❼ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أء}} =$ ....

❽ $\overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{ءجـ}} =$ ....

❾ $\overrightarrow{\text{ءأ}} + \overrightarrow{\text{ءجـ}} =$ ....

❿ $\overrightarrow{\text{أم}} + \overrightarrow{\text{مجـ}} =$ ....

⓫ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أء}} = ٢ \times$ ....

⓬ $\overrightarrow{\text{أء}} + \overrightarrow{\text{جـء}} = ٢ \times$ ....

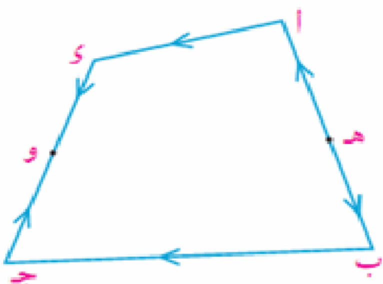
⓭ $\overrightarrow{\text{مأ}} + \overrightarrow{\text{مب}} =$ ....

⓮ $\overrightarrow{\text{أب}} + ٢\,\overrightarrow{\text{بم}} =$ ....

[٧] فى أى مثلث س ص ع ، اثبت أن : $\overrightarrow{\text{سص}} + \overrightarrow{\text{صع}} + \overrightarrow{\text{عس}} = \overrightarrow{٠}$

[٨] فى أى شكل رباعى أ ب جـ ء اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{جـء}} = \overrightarrow{\text{أء}}$.

[٩] فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء شكل رباعى



، هـ $\in \overline{\text{أب}}$ ، و $\in \overline{\text{جـء}}$.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{هـب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{جـو}} = \overrightarrow{\text{هـأ}} + \overrightarrow{\text{أء}} + \overrightarrow{\text{ءو}}$

مع أرق تمنياتي بالنجاح والتفوق ... أ / وليد رشدي
Mr : Walid Rushdy
01112467874 01062220750

[١٠] أ ب جـ د شكل رباعى إذا كان : $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{دب}} = ٢ \, \overrightarrow{\text{أب}}$

اثبت أن : أ ب جـ د متوازى أضلاع .

[١١] أ ب جـ مثلث فيه د منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، و منتصف $\overline{\text{أجـ}}$

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أهـ}} + \overrightarrow{\text{جـد}} = \overrightarrow{\text{هـب}} + \overrightarrow{\text{أد}}$

[١٢] أ ب جـ مثلث د ، هـ ، و منتصفات الأضلاع $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{جـأ}}$ على الترتيب.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أهـ}} + \overrightarrow{\text{بو}} = \overrightarrow{\text{دجـ}}$

[١٣] أ ب جـ د شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أد}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ ، $\frac{\text{أد}}{\text{بجـ}} = \frac{٢}{٣}$

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{بد}} = \frac{٥}{٢} \, \overrightarrow{\text{أد}}$

[١٤] أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه هـ منتصف $\overline{\text{بجـ}}$

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أد}} + \overrightarrow{\text{دجـ}} = ٢ \, \overrightarrow{\text{أهـ}}$

[١٥] أ ب جـ د شبه منحرف فيه $\overline{\text{بجـ}} \parallel \overline{\text{أد}}$ ، ٣ أد = بجـ

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{بد}} = ٤ \, \overrightarrow{\text{أد}}$

[١٦] أ ب جـ د متوازى أضلاع اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{بد}} = ٢ \, \overrightarrow{\text{بجـ}}$

[١٧] مثلث أ ب جـ ، د منتصف $\overline{\text{بجـ}}$ ، اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}} +$ ب $\overrightarrow{\text{أجـ}} = ٢ \, \overrightarrow{\text{أد}}$

[١٨] أ ب جـ مثلث ، د ∈ $\overline{\text{بجـ}}$ بحيث ب د : د جـ = ٢ : ٣ .

اثبت أن : $٣ \, \overrightarrow{\text{أجـ}} + ٢ \, \overrightarrow{\text{أد}} = ٥ \, \overrightarrow{\text{أد}}$



[١٩] أ ب جـ د شبه المنحرف فيه $\overline{\text{ب جـ}} \parallel \overline{\text{أ د}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ د}}$.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{ب جـ}} + \overrightarrow{\text{د جـ}} = 2\,\overrightarrow{\text{هـ جـ}}$

[٢٠] أ ب جـ د شكل رباعى فيه هـ $\in \overline{\text{ب جـ}}$.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ ب}} - \overrightarrow{\text{هـ ب}} - \overrightarrow{\text{أ د}} = \overrightarrow{\text{د هـ}}$

[٢١] أ ب جـ د شكل رباعى فيه $2\,\overrightarrow{\text{ب جـ}} = 5\,\overrightarrow{\text{أ د}}$.

اثبت أن : $2\,\overrightarrow{\text{أ جـ}} + 2\,\overrightarrow{\text{ب د}} = 7\,\overrightarrow{\text{أ د}}$

[٢٢] أ ب جـ مثلث فيه د ، هـ ، و منتصفات القطع $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ أ}}$ على الترتيب.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ د}} + \overrightarrow{\text{أ و}} = \overrightarrow{\text{أ هـ}}$

[٢٣] فى أى شكل رباعى أ ب جـ د . اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ جـ}} + \overrightarrow{\text{ب د}} = \overrightarrow{\text{ب جـ}} + \overrightarrow{\text{أ د}}$

[٢٤] أ ب جـ د شبه منحرف فيه س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{جـ د}}$ وكان :

$\overrightarrow{\text{أ د}} = 2\,\overrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}} \parallel \overline{\text{أ د}}$ فاثبت أن : $\overrightarrow{\text{س ص}} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{\text{ب جـ}}$

[٢٥] أ ب جـ د شبه منحرف فيه $\overrightarrow{\text{ب جـ}} = 3\,\overrightarrow{\text{أ د}}$ اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ جـ}} + \overrightarrow{\text{ب د}} = 4\,\overrightarrow{\text{أ د}}$

[٢٦] إذا كان : أ ب جـ د شكل رباعى فيه $2\,\overrightarrow{\text{ب جـ}} = 5\,\overrightarrow{\text{أ د}}$.

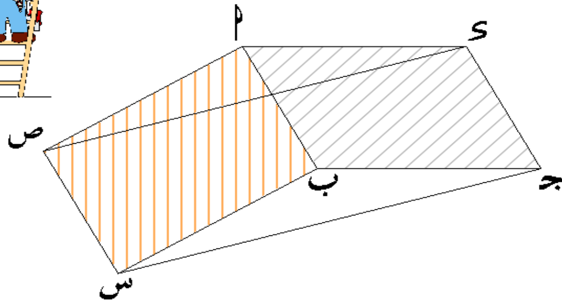
اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ جـ}} + \overrightarrow{\text{ب د}} = \frac{7}{2}\,\overrightarrow{\text{أ د}}$

[٢٦] حاول أن تحل : أ ب جـ د شكل رباعى فيه : $\overrightarrow{\text{ب جـ}} = 3\,\overrightarrow{\text{أ د}}$ اثبت أن :

(١) أ ب جـ د شبه منحرف (٢) $\overrightarrow{\text{أ جـ}} + \overrightarrow{\text{ب د}} = 4\,\overrightarrow{\text{أ د}}$

تمارين (٤) على تطبيقات على المتجهات

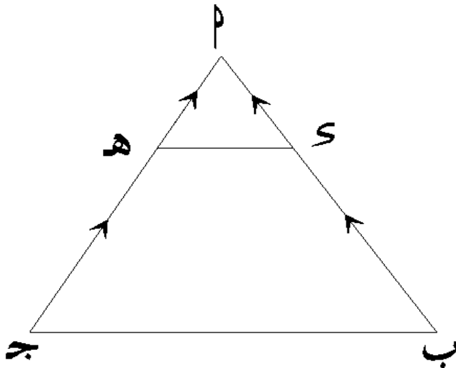
[١] فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء ، أ ب س ص متوازيا أضلاع . باستخدام المتجهات

اثبت أن : الشكل جـ س ص ء هو متوازى أضلاع .

[٢] فى الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث فيه ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$.

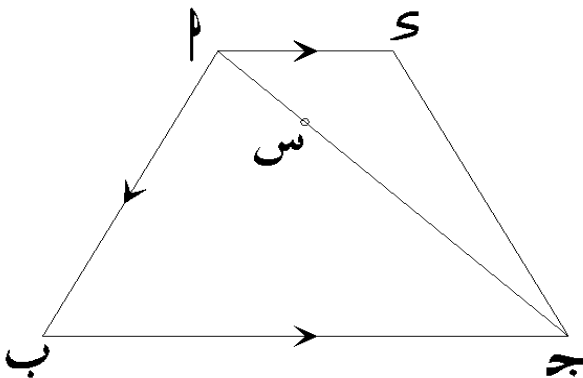
$\overleftarrow{\text{ء أ}} = \overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{هـ أ}} = \overleftarrow{\text{ن}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب ء}} = ٢\,\overleftarrow{\text{م}}$ ،

$\overleftarrow{\text{جـ هـ}} = ٢\,\overleftarrow{\text{ن}}$ أوجد $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ بدلالة $\overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{ن}}$

ثم برهن أن : $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{ء هـ}}$

[٣] أ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ب جـ = ٣ ب ء

، $\overleftarrow{\text{أ ء}} = \overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ب}} = \overleftarrow{\text{ن}}$



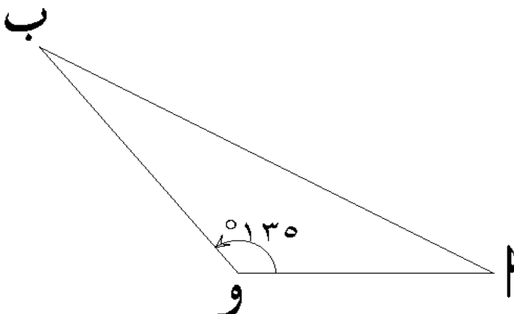
أولا : عبر بدلالة : $\overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{ن}}$ عن كل من :

$\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء جـ}}$

ثانيا : إذا كانت : س ∈ $\overleftarrow{\text{ء ب}}$ حيث ء س = $\frac{١}{٣}$ س ب

اثبت أن : النقط أ ، س ، جـ تقع على استقامة واحدة .

[٤] فى الشكل المقابل :



و أ ب مثلث فيه : و أ = ٧سم

، و ب = ٥ $\sqrt{٢}$ سم ، ق(∠ أ و ب) = ١٣٥° .

أوجد باستخدام المتجهات طول $\overline{\text{أ ب}}$

[٥] إذا كانت : أ (٥ ، ١) ، ب (٢ ، ٥) ، جـ (−٢ ، ٣) ، ء (−٥ ، −٤)

فأثبت أن باستخدام المتجهات : الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف .

[٦] إذا كانت : أ (٦ ، ٥) ، ب (٨ ، −٣) ، جـ (−٢ ، −٥)

هى رؤوس المثلث أ ب جـ ، فأوجد باستخدام المتجهات إحداثيي نقطة تقاطع متوسطاته .

[٧] فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء شبه منحرف ، $\overline{\text{أ ء}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ء = $\frac{1}{2}$ ب جـ ، $\overrightarrow{\text{أ ب}} = \overrightarrow{\text{ن}}$

❶ عبر عن $\overrightarrow{\text{م}}$ ، $\overrightarrow{\text{ن}}$ عن كل من :
$\overrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{أ جـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ء جـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب ء}}$

❷ إذا كانت : س $\in \overline{\text{أ جـ}}$ حيث أ س = $\frac{1}{3}$ أ جـ

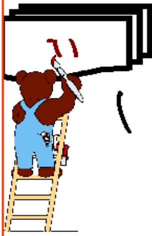
اثبت أن : النقط ء ، س ، ب تقع على استقامة واحدة .

حاول أن تحل :

[٨] أ ب جـ ء شكل رباعى . س ، ص ، ع ، ل منتصفات الأضلاع $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ على الترتيب باستخدام المتجهات :

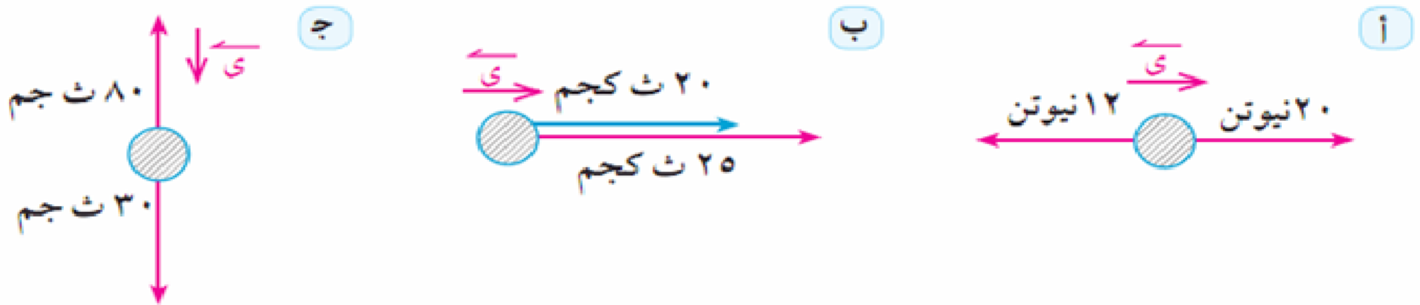
❶ اثبت أن س ص ع ل متوازى أضلاع ❷ محيط الشكل أ ب جـ ء يساوى مجموع طولى قطريه .

[٩] باستخدام المتجهات : اثبت أن : النقط أ (٣ ، ٤) ، ب (١ ، −١) ، جـ (−٤ ، −٣) ، ء (٢ ، ٢) هى رؤوس معين .



[١٠] م ب جـ ء مربع ، إذا كانت : م (٨ ، ٢) ، ب (٣ ، −١) ، جـ (٠ ، ٤)
فأوجد باستخدام المتجهات إحداثيى نقطة ء ومساحة سطح المربع .

[١١] اكتب بدلالة متجه الوحدة $\overrightarrow{ى}$ محصلة القوى الموضحة بالشكل :



ثانيا : فى كل مما يأتى ، القوتان $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ ، تؤثران فى نقطة مادية ، وضح مقدار واتجاه محصلة كل قوتين منها .

① $ق_1$ = ١٥ نيوتن فى اتجاه الشرق، $ق_2$ = = ٣٤ ث جم فى اتجاه الجنوب الغربى .

② $ق_1$ = ٣٤ ث جم فى اتجاه الشمال الشرقى ، $ق_2$ = ٣٤ ث جم فى اتجاه الجنوب الغربى .

③ $ق_1$ = ٥٠ داين تعمل فى اتجاه ٦٠° غرب الشمال ، $ق_2$ = ٥٠ داين تعمل فى اتجاه ٣٠° جنوب الشرق .

④ $ق_1$ = ٣٠ نيوتن تعمل فى فى اتجاه ٢٠° شرق الشمال ، $ق_2$ = ٣٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٧٠° شمال الشرق .

ثالثا :

[١٢] القوى : $\overrightarrow{ق_1}$ = ٧ $\overrightarrow{س}$ − ٥ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = م $\overrightarrow{س}$ + ٣ $\overrightarrow{ص}$
، $\overrightarrow{ق_3}$ = −٤ $\overrightarrow{س}$ + (ب − ٣) $\overrightarrow{ص}$ تؤثر فى نقطة مادية أوجد قيمتى م ، ب إذا كانت :
① المحصلة مجموعة القوى ٤ $\overrightarrow{س}$ − ٧ $\overrightarrow{ص}$ ② مجموعة القوى متزنة .

[١٣] القوى : $\overrightarrow{ق_1}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ + ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = م $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$
، $\overrightarrow{ق_3}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ + ب $\overrightarrow{ص}$ تؤثر فى نقطة مادية . أوجد قيمتى م ، ب
إذا كانت محصلة هذه القوى $\overrightarrow{ق}$: ❶ $\overrightarrow{ق}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ − ٢ $\overrightarrow{ص}$ ❷ $\overrightarrow{ق}$ = $\overrightarrow{صفر}$



[١٤] تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٩٠كم/س . إذا تحركت دراجة بخارية بسرعة ٤٠كم/س على نفس الطريق . فأوجد سرعة الدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما يتحركان فى نفس الاتجاه .

[١٥] تتحرك سيارتين م ، ب على طريق مستقيم بالسرعتين ٦٠كم/س ، ٩٠ كم/س وفى اتجاه $\overleftarrow{بم}$ أوجد

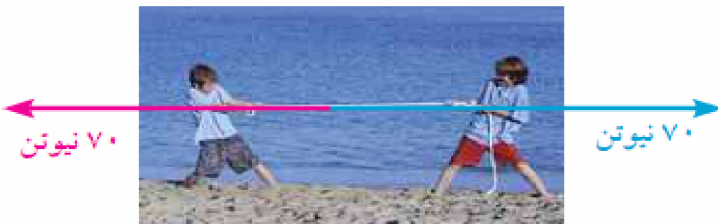
❶ سرعة ب بالنسبة إلى م ❷ سرعة م بالنسبة لـ ب

[١٦] تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٦٥كم/س فإذا تحركت على نفس الطريق دراجة بخارية بسرعة ٥٠كم/س أوجد سرعة الدراجة بالنسبة للسيارة فى كل من الحالتين الآتيتين ❶ الدراجة و السيارة تتحركان فى وجهة واحدة ❷ الدراجة تتحرك فى وجهة مضادة لوجهة السيارة [١٥كم/س ، ١١٥كم/س نحو السيارة]

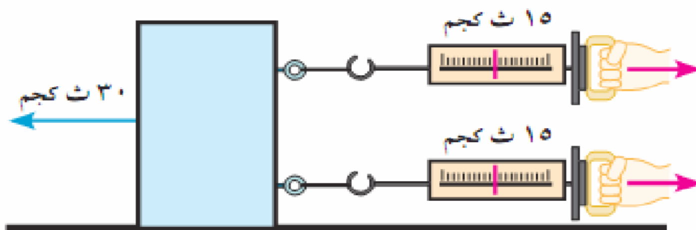
[١٧] تتحرك سيارة لمراقبة السرعة على أحد الطرق الصحراوية بسرعة ٤٠ كم/س . راقبت سيارة شاحنة قادمة فى الاتجاه المضاد فبدت لها وكأنها متحركة بسرعة ١٣٥كم/س . فإذا كانت أقصى سرعة مسموح بها على هذا الطريق ١٠٠ كم/س . هل الشاحنة القادمة مخالفة للسرعة المقررة أم لا ؟ فسر إجابتك

[١٨] أوجد محصلة القوى المؤثرة $\overleftarrow{ق}$ فى كل مما يأتى :









تمارين عامة

[١] فى نظام إحداثى متعامد نقطة الأصل فيه و (٠ ، ٠) عين النقط أ (−٤ ، ٠) ، ب (٠ ، −٣) ، جـ (٣ ، ١) ، ء (٢ ، ٨) ثم أوجد :

① متجه الموضع بالنسبة لنقطة الأصل (و) لكل من النقط أ ، ب ، جـ بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين.

② متجه الموضع للنقطة ء بالنسبة لنقطة الأصل (و) بالصورة القطبية .

③ معيار القطعة المستقيمة الموجهة $\overrightarrow{أب}$.   ④ قيمة ك التى تجعل $\overrightarrow{أء}$ = ك $\overrightarrow{بجـ}$.

[٢] أوجد بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين المتجه الذى يعبر عن :

① قوة مقدارها ٢٠ نيوتن تؤثر على جسم ، وتعمل فى اتجاه الشمال .

② إزاحة جسم مسافة ٥٠ سم فى اتجاه ٣٠° شمال الغرب .

③ السرعة المنتظمة لسيارة تقطع مسافة ٧٠كم/س فى اتجاه الغرب .

[٣] إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (٤ ، −٦) ، $\overrightarrow{ب}$ = (−٦ ، ٩) ، $\overrightarrow{جـ}$ = (−٣ ، −٢)

① اثبت أن : $\overrightarrow{أ}$ // $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{ب}$ ⊥ $\overrightarrow{جـ}$ ، $\overrightarrow{جـ}$ ⊥ $\overrightarrow{أ}$

② أوجد : ٢ $\overrightarrow{أ}$ + $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{ب}$ − ٢ $\overrightarrow{جـ}$ ، $\frac{١}{٢}$ $\overrightarrow{أ}$ + $\overrightarrow{ب}$ − ٣ $\overrightarrow{جـ}$

[٤] فى المثلث أ ب جـ ، ء ∈ $\overline{بجـ}$ ، حيث ب ء : ء جـ = ٣ : ٢

اثبت أن : ٢ $\overrightarrow{أب}$ + ٣ $\overrightarrow{أجـ}$ = ٥ $\overrightarrow{أء}$

[٥] إذا كان : أ ب جـ ء متوازى أضلاع حيث أ (٢ ، −٢) ، ب (٤ ، −٢) ، جـ (٢ ، ٣) أوجد إحداثى نقطة ء .

[٦] فى مستوى إحداثى متعامد ، $\overrightarrow{أب}$ = (−٢ ، ٣) ، $\overrightarrow{جـب}$ = (−٦ ، −٤) ، ٢ $\overrightarrow{ب}$ + $\overrightarrow{أجـ}$ = (٦ ، ١١) أوجد ① إحداثيى كل من النقط أ ، ب ، جـ

② مساحة سطح المثلث أ ب جـ (باستخدام المتجهات)



اختبار الوحدة

[١] فى مستوى إحداثى متعامد ، نقطة الأصل و (٠ ، ٠) إذا كانت : أ (١ ، −٤) ، ب (٤ ، ٠) ، جـ (−٢ ، ١) ، ء (١ ، ٥)

(١) أوجد $\| \overrightarrow{\text{أب}} \|$ ، $\| \overrightarrow{\text{جـء}} \|$ (٢) اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}}$ تكافئ $\overrightarrow{\text{جـء}}$

(٣) إذا كانت $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ تكافئ $\overrightarrow{\text{هـء}}$ أوجد إحداثيي هـ .

[٢] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٤ ، ١) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (−١ ، ٦) ، $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = (١ ، ١٢)

(١) أوجد بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين كلا من : $\overrightarrow{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{جـ}}$ ، $\frac{1}{2}(\overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{جـ}})$

(٢) عبر عن المتجه جـ بدلالة المتجهين $\overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أ}}$.

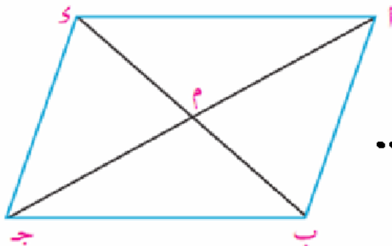
[٣] إذا كانت $\overrightarrow{\text{م}} = \overrightarrow{\text{س}} + ٢ \overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ن}} = −٥ \overrightarrow{\text{س}} − ١٠ \overrightarrow{\text{ص}}$

، $\overrightarrow{\text{ل}} = \text{أ} \overrightarrow{\text{س}} + ١٠ \overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{و}} = ٢ \overrightarrow{\text{س}} + \text{ب} \overrightarrow{\text{ص}}$

(١) اثبت أن : $\overrightarrow{\text{م}} \parallel \overrightarrow{\text{ن}}$ (٢) اوجد أ ∈ ح إذا كان $\overrightarrow{\text{ل}} \parallel \overrightarrow{\text{م}}$

(٣) أوجد ب ∈ ح إذا كن $\overrightarrow{\text{و}} \perp \overrightarrow{\text{ن}}$ (٤) هل $\overrightarrow{\text{و}} \perp \overrightarrow{\text{م}}$ ؟ فسر إجابتك .

[٤] فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء متوازى أضلاع م نقطة تقاطع قطريه أكمل :



(١) $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}}$ = ... (٢) $\overrightarrow{\text{ءأ}} + \overrightarrow{\text{ءجـ}}$ = ...

(٣) $\overrightarrow{\text{أم}} + \overrightarrow{\text{جـم}}$ = ... (٤) $\overrightarrow{\text{أب}} + ٢ \overrightarrow{\text{بم}}$ = ...

(٥) $\overrightarrow{\text{أب}}$ + ... = $٢ \overrightarrow{\text{أم}}$ (٦) $\overrightarrow{\text{أب}} − \overrightarrow{\text{أم}}$ = ...

[٥] إذا كان : $\overrightarrow{\text{أب}}$ = (١ ، −٤) ، أ (٢ ، ٣) ، جـ (−١ ، ١٥)

، أوجد قيمتى ل ، م إذا كان : ل $\overrightarrow{\text{أ}}$ − م $\overrightarrow{\text{ب}}$ = $\overrightarrow{\text{جـ}}$

[٦] أ ب جـ ء مستطيل حيث أ (−١ ، −٢) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٣ ، ك)

أوجد : (١) قيمة ك (٢) إحداثى نقطة ء

حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (3)

اختبار شهر مارس





س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

(١) إذا كان : ٢ $\overrightarrow{أب}$ + ٢ $\overrightarrow{ب حـ}$ = ك $\overrightarrow{حـ أ}$ فإن : ك = ...

أ) ١ ب) ٢ ج) -١ د) -٢

(٢) إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ = $\overrightarrow{س}$ + ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب}$ = -١٠ $\overrightarrow{س}$ + ل $\overrightarrow{ص}$ متوازيين

فإن : ل = ...

أ) -٣٠ ب) ٦ ج) -٦ د) ٣

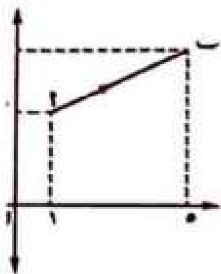
(٣) إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ = ٢٠ $\overrightarrow{س}$ - ١٥ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب}$ = ٧ $\overrightarrow{س}$ + ٢٤ $\overrightarrow{ص}$

وكان : $\overrightarrow{م}$ = $\overrightarrow{أ}$ + $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{ن}$ = $\overrightarrow{أ}$ - $\overrightarrow{ب}$ فإن : ....

أ) $\overrightarrow{م}$ // $\overrightarrow{ن}$ ب) $\overrightarrow{م}$ ⊥ $\overrightarrow{ن}$

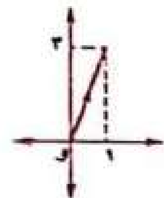
ج) $\overrightarrow{م}$ = $\overrightarrow{ن}$ د) ‖ $\overrightarrow{م}$ ‖ = ‖ $\overrightarrow{ن}$ ‖

(٤) في الشكل المقابل :

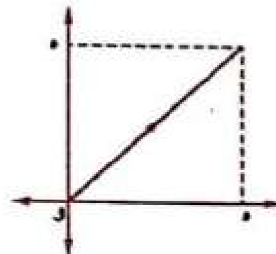


أ = (١ ، ٣) ، ب = (٥ ، ٥)

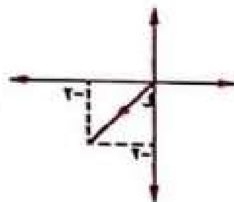
فإن الشكل الذى يمثل $\overrightarrow{أب}$ هو ....



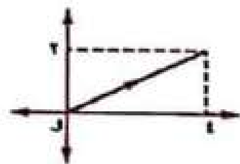
أ)



ب)



ج)



د)

٥

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، $\overline{أحـ} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$ فإن : $\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{أء} = $ ....

(أ) $\overrightarrow{أحـ}$ (ب) $\overrightarrow{ب ء}$ (جـ) ٢ $\overrightarrow{م حـ}$ (د) ٢ $\overrightarrow{ء م}$

٦

إذا كان : أ ب حـ ء هـ و شكل سداسى منتظم مركزه الهندسى (ن) أى من القطع المستقيمة الموجهة التالية غير متكافئة ؟

(أ) $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{و ن}$ (ب) $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{هـ ء}$

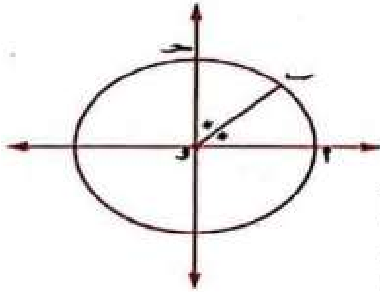
(جـ) $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{ن حـ}$ (د) $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{ن ء}$

٧

في الشكل المقابل :

دائرة الوحدة إذا كان $\overrightarrow{و ب}$ ينصف ∠ أ و حـ

فإن : $\overrightarrow{و أ} + \overrightarrow{و ب} + \overrightarrow{و حـ} = $ ....



(أ) $\sqrt{٢}$ $\overrightarrow{و ب}$ (ب) ٢ $\overrightarrow{و ب}$

(جـ) $(\sqrt{٢} + ١)$ $\overrightarrow{و ب}$ (د) ٣ $\overrightarrow{و ب}$

٨

إذا كان : $\overrightarrow{هـ م} = (٤\sqrt{٣} ، ٤)$ فإن الصورة القطبية للمتجه $\overrightarrow{هـ م}$ هى ....

(أ) $(٨ ، \frac{\pi}{٦})$ (ب) $(٨ ، \frac{\pi}{٢})$

(جـ) $(٨ ، \pi)$ (د) $(٨ ، \frac{\pi}{٣})$

٩

إذا كان : $\overrightarrow{أ} = (٣ ، -٢)$ ، $\overrightarrow{ب} = (٧ ، ١)$ فإن : $\|\overrightarrow{أ} + ٢\overrightarrow{ب}\| = $ .... وحدة طول.

(أ) $\sqrt{١٣}$ (ب) ٥ $\sqrt{٢}$ (جـ) ١١ (د) ١٧

١٠

إذا دار متجه الموضع $\overrightarrow{أ} = (\sqrt{٣} ، ١)$ حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ٤٥° فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الصورة القطبية للمتجه $\overrightarrow{أ}$ بعد دورانه هى ....

(أ) (٢ ، ٣٠°) (ب) (٢ ، ٤٥°)

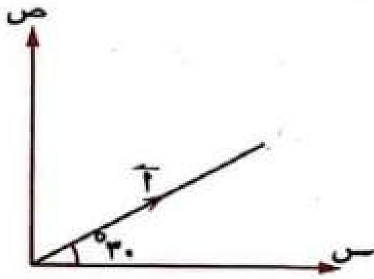
(جـ) (٢ ، ٧٥°) (د) (٤ ، ٧٥°)

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

(١٢) إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ = ك $\overrightarrow{س}$ − ٤ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب}$ = (٢ ، −٢) **فأوجد قيمة ك إذا كان :**

(١) $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ (٢) $\overrightarrow{أ}$ = ٢ $\overrightarrow{ب}$

(١٣) **في الشكل المقابل :**



$\|\overrightarrow{أ}\|$ = ٤ سم فإن : $\overrightarrow{أ}$ = ...

(أ) (٢ ، ٢$\sqrt{٣}$) (ب) (٢$\sqrt{٣}$ ، ٢)

(جـ) (٤ ، $\sqrt{٣}$) (د) ($\sqrt{٣}$ ، ٢)

(١٤) إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متجهين غير صفريين وكان $\|\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب}\| = \|\overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب}\|$

فإن : ....

(أ) $\overrightarrow{أ}$ = − $\overrightarrow{ب}$ (ب) $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متكافئان.

(جـ) $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متوازيان. (د) $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متعامدان.

(١٥) إذا كان : $\|\overrightarrow{أ}\| = \|\overrightarrow{ب}\|$ فإن : ....

(أ) $\overrightarrow{أ}$ = $\overrightarrow{ب}$ (ب) $\overrightarrow{أ}$ = − $\overrightarrow{ب}$

(جـ) $\overrightarrow{أ}$ = ± $\overrightarrow{ب}$ (د) لايمكن تحديد العلاقة بين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$

(١٦) إذا كانت : أ = (٣ ، ٥) ، ب = (−١ ، م) ، $\|\overrightarrow{أب}\|$ = ٤ وحدة طول

فإن : م = ...

(أ) صفر (ب) ٥ (جـ) −١ (د) −٥

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

١٧ إذا كان : (٦ ، ٤) ، (٣ ، م) متجهى اتجاه لمستقيمين متوازيين

فإن : م = ...

(أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٤

١٩ سيارة قطعت ٢٠ متر فى اتجاه الشمال ثم قطعت نفس المسافة فى اتجاه الغرب فإن إزاحة السيارة هى ....

(أ) ٤٠ متر فى اتجاه الغرب.

(ب) ٤٠ متر فى اتجاه الشمال الغربى.

(جـ) ٢٠ $\sqrt{٢}$ متر فى اتجاه الشمال الغربى.

(د) ٢٠ $\sqrt{٢}$ متر فى اتجاه الجنوب الغربى.

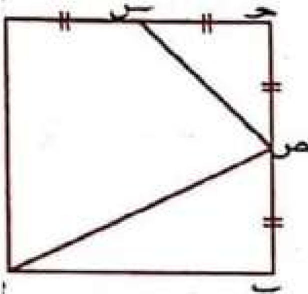
٢٠ إذا كانت القوى $\overleftarrow{ق_١} = \left(٨\sqrt{٢} ، \frac{٣}{٤}\pi\right)$ ، $\overleftarrow{ق_٢} = أ\overleftarrow{س} + ٣\overleftarrow{ص}$

، $\overleftarrow{ق_٣} = -٥\overleftarrow{س} + (ب + ٢)\overleftarrow{ص}$ تؤثر فى نقطة واحدة والمجموعة فى حالة اتزان

فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) ١٣ (ب) -١٣ (جـ) ١ (د) -١

٢١ فى الشكل المقابل :



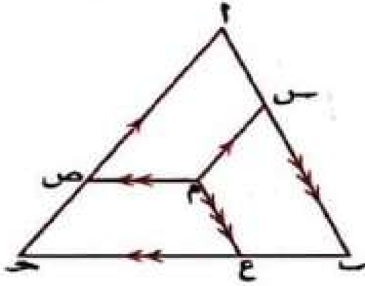
أ ب حـ ء مربع وكان : $\overleftarrow{أص} + \overleftarrow{س ص} = ك \overleftarrow{س حـ}$

فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٢. (جـ) ٣ (د) ٤

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

٢٢ في الشكل المقابل :



إذا كانت : م هي نقطة تلاقي متوسطات Δ أ ب حـ

فإن : $\overrightarrow{\text{م س}} + \overrightarrow{\text{م ص}} + \overrightarrow{\text{م ع}} =$ ....

(أ) ٣ $\overrightarrow{\text{ع ب}}$ (ب) ٢ $\overrightarrow{\text{ص حـ}}$

(جـ) $\vec{0}$ (د) ٥ $\overrightarrow{\text{أ س}}$

٢٣ إذا كان : $\vec{\text{م}} = (٢ ، ٥)$ ، $\vec{\text{ن}} = (١ ، ٣)$ فإن : ٢ $\vec{\text{م}} - \vec{\text{ن}} =$ ....

(أ) (٣ ، ٧) (ب) (١ ، ٢) (جـ) (٣ ، ٨) (د) (٠ ، ١)

٢٤ إذا كان : $\vec{\text{أ}} = \left(٦ ، \frac{\pi}{٢}\right)$ ، $\vec{\text{ب}} =$ ٤ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ فإن : $\overrightarrow{\text{أ ب}} =$ ....

(أ) (−٤ ، ٣) (ب) (٤ ، ٣)

(جـ) (٤ ، −٣) (د) (−٤ ، −٣)

٢٦ إذا كانت : $\vec{\text{ق}}_١ = \overrightarrow{\text{س}} - ٣ \overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\vec{\text{ق}}_٢ = ٣ \overrightarrow{\text{س}} + ٦ \overrightarrow{\text{ص}}$ فإن القوة $\vec{\text{ق}}_٣$ التى تجعل محصلة القوى الثلاث هى متجه الوحدة وتعمل فى اتجاه الشمال تساوى ....

(أ) −٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ (ب) −٤ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$

(جـ) −٥ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ (د) −٤ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$

٢٧ المعكوس الجمعى للمتجه $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ هو المتجه ....

(أ) $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ (ب) $\vec{0}$ (جـ) − $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ (د) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

٢٨ إذا كان : $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{حـ ء}$ حيث $\overrightarrow{أب} = (٦ ، ٤)$ ، $\overrightarrow{حـ} = (-١ ، ٣)$

فإن : $\overrightarrow{ء} = \dots\dots\dots$

(أ) (٥ ، ٧) (ب) (-٥ ، -٧) (جـ) (-٥ ، ٧) (د) (٧ ، ٧)

٢٩ إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متجهى وحدة فإن : ....

(أ) $\| \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} \| = ٢$ (ب) $\| \overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب} \| = ٢$

(جـ) $\| \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} \| \leq ٢$ (د) $\| \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} \| \geq ٢$

٣٠ إذا كان : $\overrightarrow{أ} = (٦ ، ٤)$ ، $\overrightarrow{ب} = (٢ ، م)$ وكان $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ فإن : م = ...

(أ) -٣ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٤

٣١ أى الجمل الآتية غير صحيح ؟

(أ) إذا كان : $\overrightarrow{أ} = \overrightarrow{ب}$ فإن : $\| \overrightarrow{أ} \| = \| \overrightarrow{ب} \|$

(ب) إذا كان : $\| \overrightarrow{أ} \| = \| \overrightarrow{ب} \|$ فإن : $\overrightarrow{أ} = \overrightarrow{ب}$

(جـ) إذا كان : $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ب}$ فإن : $\overrightarrow{أ} = ك \overrightarrow{ب}$

(د) إذا كان : $\overrightarrow{أ} = ك \overrightarrow{ب}$ فإن : $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ب}$

٣٢ فى المثلث أب حـ يكون : $\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{ب حـ} + \overrightarrow{حـ أ} = \dots\dots\dots$

(أ) $\overrightarrow{ب أ}$ (ب) $\overrightarrow{حـ أ}$ (جـ) $\overrightarrow{حـ ب}$ (د) $\overrightarrow{٠}$

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

٣٣) إذا كانت $\overrightarrow{ق_١} = \left(٦ ، \frac{٢\pi}{٣}\right)$ ، $\overrightarrow{ق_٢} = \left(٦ ، \frac{٤\pi}{٣}\right)$ ، $\overrightarrow{ق_٣} = ٩\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$
مقدرة بالداين فإن مقدار محصلة هذه القوى = ………… داين.

(أ) ١٣ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) $٦\sqrt{٣}$

٣٤) مجموعة مكونة من ١٠٠ قوة مقدار كل قوة ١٠ نيوتن تؤثر فى نقطة واحدة ، قياس الزاوية بين كل قوة والتى تليها $\frac{\pi}{٥٠}$ فإن معيار محصلة هذه القوى = ………… نيوتن.

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠٠ (جـ) ١٠ (د) صفر

٣٥) إذا كان : $\overrightarrow{أ} = ٢\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب} = \overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{حـ} = \overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$
وكان : $\overrightarrow{أ} \perp (ك\overrightarrow{ب} + \overrightarrow{حـ})$ فإن : ك = …………

(أ) ١- (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٤

٣٦) إذا كان : $\overrightarrow{أ} = ٣\overrightarrow{ب}$ فإن : …………

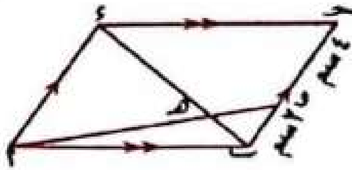
(أ) $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ (ب) $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ب}$
(جـ) $\|\overrightarrow{أ}\| = \|\overrightarrow{ب}\|$ (د) $٣\overrightarrow{أ} = \overrightarrow{ب}$

٣٧) إذا كان أ ب حـ مثلثًا فيه : ء منتصف $\overline{ب حـ}$ فإن : $\overrightarrow{أ ب} + \overrightarrow{أ حـ} = $ …………

(أ) $\overline{ب حـ}$ (ب) $٢\overrightarrow{أ ء}$ (جـ) $\overrightarrow{و}$ (د) $\overrightarrow{أ ء}$

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

٣٨) في الشكل المقابل :



إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه :

ب و = ٢ سم ، و حـ = ٤ سم ، $\overrightarrow{أهـ}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}\overrightarrow{أب} + \frac{١}{٢}\overrightarrow{أء}$ (ب) $\frac{١}{٤}\overrightarrow{أب} + \frac{٣}{٤}\overrightarrow{أء}$

(جـ) $\frac{٢}{٣}\overrightarrow{أب} + \frac{١}{٣}\overrightarrow{أء}$ (د) $\frac{٣}{٤}\overrightarrow{أب} + \frac{١}{٤}\overrightarrow{أء}$

٣٩) إذا كان : $\overrightarrow{وحـ} = \left(١٢\sqrt{٢} ، \frac{٣\pi}{٤}\right)$ متجه موضع لنقطة حـ بالنسبة لنقطة الأصل فإن نقطة حـ هى ....

(أ) (−٦ ، ٦) (ب) (−١٢ ، ١٢)

(جـ) (١٢ ، −١٢) (د) (٦ ، −٦)

٤٠) إذا كان : $\| ٤ ك \overrightarrow{أ} \| = \| -١٢ \overrightarrow{أ} \|$ فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) −٣ (جـ) ± ٣ (د) ± ٤

٤١) إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ متجه غير صفرى فإن : ....

(أ) $-\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{أ}$ (ب) $-\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{أ}$ لهما نفس الاتجاه.

(جـ) $\| -\overrightarrow{أ} \| > \| \overrightarrow{أ} \|$ (د) $-\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{أ}$ لهما اتجاهين متضادين.

٤٢) في الشكل المقابل :



أولاً : المسافة الحادثة عندما يتحرك جسم من النقطة أ إلى النقطة ب ثم يتحرك إلى النقطة حـ تساوى .... سم

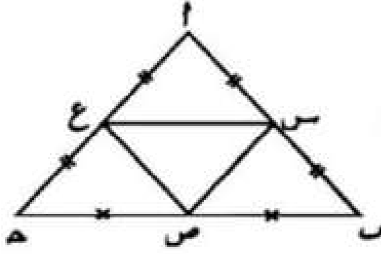
[٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٤]

ثانياً: الإزاحة الحادثة عندما يتحرك جسم من النقطة أ إلى النقطة ب ثم يتحرك إلى النقطة حـ تساوى ...... سم [٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٤]

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

٤٣ في الشكل المقابل :

أ ب حـ Δ فيه أ ب = أ حـ ، س ، ص ، ع منتصفات $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ أ}$ على الترتيب فإن ،



أولاً : $\overrightarrow{س ص}$ تكافئ ....

[$\overrightarrow{حـ ع}$ ، $\overrightarrow{ع ص}$ ، $\overrightarrow{أ ع}$ ، $\overrightarrow{ع أ}$]

ثانياً : $\overrightarrow{ب ص}$ تكافئ ....

[$\overrightarrow{ص حـ}$ ، $\overrightarrow{ع س}$ ، $\overrightarrow{حـ ص}$ ، $\overrightarrow{ب س}$]

٤٤ تحرك عمر بدراجته في اتجاه الشرق مسافة ٨٠٠ متر ثم تحرك في اتجاه الغرب مسافة ٦٠٠ متر فإن ،

أولاً : المسافة المقطوعة خلال الرحلة الكلية = ... متر

[٢٠٠ ، ١٤٠٠ ، −٢٠٠ ، ٦٠٠]

ثانياً : الإزاحة الحادثة الرحلة الكلية = ... متر

[٢٠٠ ، ١٤٠٠ ، −٢٠٠ ، ٦٠٠]

٤٥ في مستوى إحداثي متعامد إذا كانت أ (٢ ، ٣) ، ب (−٢ ، ٦) ، حـ (٥ ، −٣) ،

$\overrightarrow{أ ب}$ = $\overrightarrow{حـ ء}$ فإن إحداثيي ء = ...

[(٠ ، ١) ، (١ ، ٠) ، (−١ ، ٠) ، (٠ ، −١)]

٤٦ المتجهات الآتية متجهات وحدة ما عدا ....

[(١ ، ٠) ، (٠ ، −١) ، (٠,٦ ، ٠,٨) ، (١ ، ١)]

٤٧ إذا كان $\overrightarrow{أ ب}$ = (−١ ، ٤) ، $\overrightarrow{ب}$ = (٢ ، ١) فإن ‖ $\overrightarrow{أ}$ ‖ = ...

[$٣\sqrt{٢}$ ، $٢\sqrt{٣}$ ، ٥ ، (٣ ، −٣)]

٤٧ إذا كان : $\overrightarrow{P}$ = ($P_١$ ، $ب_١$) ، $\overrightarrow{ب}$ = ($P_٢$ ، $ب_٢$) ، $\overrightarrow{P}$ // $\overrightarrow{ب}$ فان : ......

① $P_١$ $ب_٢$ − $P_٢$ $ب_١$ = صفر ② $P_١$ $P_٢$ − $ب_١$ $ب_٢$ = صفر

③ $P_١$ $P_٢$ + $ب_١$ $ب_٢$ = صفر ④ $P_١$ $ب_٢$ + $P_٢$ $ب_١$ = صفر

س١ : اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة

٤٨ إذا كان $\vec{أ}$ = (١، ٣) ، $\vec{أ}$ + ٢ $\vec{ب}$ = (-١، ٧) فإن $\vec{ب}$ = ...

[(-٢، ٤) أ (٢، -٤) أ (-١، ٢) أ (١، -٢)]

٤٩ المتجه $\vec{م}$ = (١٢$\sqrt{٢}$ ، $\frac{\pi}{٤}$) يعبر عنه بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين بالصورة ....

[٦ $\vec{س}$ + ٦ $\vec{ص}$ أ ١٢ $\vec{س}$ - ١٢ $\vec{ص}$ أ

-٦ $\vec{س}$ - ١٢ $\vec{ص}$ أ ١٢ $\vec{س}$ + ١٢ $\vec{ص}$]

٥٠ إذا كان : $\vec{أ}$ = ($س_١$ ، $ص_١$) ، $\vec{ب}$ = ($س_٢$ ، $ص_٢$) ، $\vec{أ} \perp \vec{ب}$ فان : ....

① $س_١ س_٢ + ص_١ ص_٢$ = صفر ② $س_١ س_٢ - ص_١ ص_٢$ = صفر

③ $س_١ ص_٢ - س_٢ ص_١$ = صفر ④ $س_١ ص_٢ + س_٢ ص_١$ = صفر

٥١ إذا كان $\vec{ب}$ = (٣ ، ل) يكافئ $\frac{١}{٢}$ $\vec{جـ}$ حيث $\vec{جـ}$ = (٦ ، -٨) فإن قيمة ل = ...

[-٨ أ ٢ أ ٤ أ -٤]

٥٢ إذا كان ‖ ٣ ك $\vec{أ}$ ‖ = ‖ -١٥ $\vec{أ}$ ‖ فإن ك = ...

[-٥ أ ±٥ أ ٥ أ ١٥]

٥٣) الصورة القطبية للمتجه $\overleftarrow{أ}$ = ٦ $\overleftarrow{س}$ - ٦√٣ $\overleftarrow{ص}$ هى ....

[(١٢ ، $\frac{\pi}{٣}$)   أ   (١٢ ، $\frac{٥\pi}{٣}$)   أ   (١٢ ، $\frac{٢\pi}{٣}$)   أ   (١٢ ، $\frac{٤\pi}{٣}$)]

٥٤) سرعة منتظمة مقدارها ٥٠ كم / س فى اتجاه الشمال فإن المتجه الذى يعبر عنه هو ....

[٥٠ $\overleftarrow{س}$ + ٥٠ $\overleftarrow{ص}$ أ   ٥٠ $\overleftarrow{س}$ أ   ٥٠ $\overleftarrow{ص}$ أ   - ٥٠ $\overleftarrow{ص}$]

٥٥) فى Δ س ص ع : $\overleftarrow{س ص}$ + $\overleftarrow{ص ع}$ + $\overleftarrow{ع س}$ = ...

[و   أ $\overleftarrow{٠}$ أ   صفر   أ $\overleftarrow{أ}$]

٥٦) فى الشكل الرباعى أ ب ﺣ ء يكون $\overleftarrow{ب ﺣ}$ + $\overleftarrow{ﺣ ء}$ + $\overleftarrow{ء أ}$ = ...

[$\overleftarrow{ب ء}$ أ $\overleftarrow{أ ﺣ}$ أ $\overleftarrow{أ ب}$ أ $\overleftarrow{ب أ}$]

٥٧) إذا كان أ ب ﺣ ء متوازى أضلاع فإن $\overleftarrow{أ ب}$ + $\overleftarrow{أ ء}$ = ...

[$\overleftarrow{و أ}$ أ $\overleftarrow{أ ﺣ}$ أ $\overleftarrow{ب ء}$ أ $\overleftarrow{ء ب}$]

(٥٨) إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٣ م ، -٤ م) ، ‖ $\overrightarrow{\text{أ}}$ ‖ = ١٠ وحدة فإن م = ...

[٢ ، ٣ ، ٥ ، ١٠]

(٥٩) إذا كان أ ، ب ، جـ ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ، أ = (١ ، ٢) ،

ب = (٣ ، ١) ، جـ = (س ، ص) ، ٢ $\overrightarrow{\text{أب}}$ = $\frac{1}{2}$ $\overrightarrow{\text{جـ}}$ فإن س + ص = ...

[-٤ ، -٨ ، ٤ ، ٨]

(٦٠) أ ب جـ د متوازي أضلاع حيث أ (-١ ، ٢) ، ب (١ ، ٧) ، جـ (٤ ، ٤)

فإن إحداثيي نقطة د هي ....

[(١ ، ٢) ، (-١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، -١)]

(٦١) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب حيث أ (١ ، ٤) ، ب (-١ ، -٢) ، جـ (ك ، -٣)

فإن ك = ...

[٢ ، -٢ ، صفر ، ٣]

(٦٢) إذا كان ٣ $\overrightarrow{\text{ن}}$ - ٢ $\overrightarrow{\text{أب}}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{جـب}}$ + ٥ $\overrightarrow{\text{بأ}}$ فإن $\overrightarrow{\text{ن}}$ = ...

[$\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـأ}}$ ، $\overrightarrow{\text{بأ}}$]

٦٣) إذا كان أ ب هـ ء شكل رباعى فإن $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ − $\overleftarrow{\text{ءهـ}}$ + $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ − $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ = ...

[$\overleftarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{هـ أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{و}}$ ، ٢ $\overleftarrow{\text{أء}}$]

٦٤) إذا كان أ ب هـ ء شكل رباعى فيه ٢ $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ = ٥ $\overleftarrow{\text{أء}}$ فإن ٢ $\overleftarrow{\text{أب}}$ − ٢ $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ = ...

[٢ $\overleftarrow{\text{ءأ}}$ ، ٣ $\overleftarrow{\text{ءأ}}$ ، ٥ $\overleftarrow{\text{ءأ}}$ ، ٧ $\overleftarrow{\text{ءأ}}$]

٦٥) أ ب هـ مثلث فيه ء ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ بحيث ٣ $\overleftarrow{\text{هـ ء}}$ = ٢ $\overleftarrow{\text{ء ب}}$ فإن ٢ $\overleftarrow{\text{أب}}$ + ٣ $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ = ...

[٢ $\overleftarrow{\text{أء}}$ ، ٣ $\overleftarrow{\text{أء}}$ ، ٤ $\overleftarrow{\text{أء}}$ ، ٥ $\overleftarrow{\text{أء}}$]

٦٦) إذا كان أ (٥، ١) ، ب (٢، ٣) ، هـ (٢، ٥) ، ء (٥، ٤) فإن الشكل أ ب هـ ء يكون ....

[معين ، مربع ، شبه منحرف ، متوازى أضلاع]

٦٧) إذا كان : $\overleftarrow{\text{أ}}$ = $\overleftarrow{\text{ب}}$ والمتجه $\overleftarrow{\text{أ}}$ = ٣ ($\frac{١}{٢}$ ، ٠) ، $\overleftarrow{\text{ب}}$ (س ، ص) فان س − ص = ...

(٦٨) القوى $\overrightarrow{\text{ق}_1} = ٧\,\overrightarrow{\text{س}} - ٥\,\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ق}_2} = \text{أ}\,\overrightarrow{\text{س}} + ٣\,\overrightarrow{\text{ص}}$ ،

$\overrightarrow{\text{ق}_3} = -٤\,\overrightarrow{\text{س}} + (\text{ب} - ٣)\,\overrightarrow{\text{ص}}$ تؤثر فى نقطة مادية ، مجموعة القوى

متزنة فإن أ + ب = ... [−٢ أ، −٣ أ، ٥ أ، ٢]

(٦٩) إذا أثرت القوى $\overrightarrow{\text{ق}_1} = -\,\overrightarrow{\text{س}} + ٦\,\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ق}_2} = ٣\,\overrightarrow{\text{س}} + ٣\,\overrightarrow{\text{ص}}$ ،

$\overrightarrow{\text{ق}_3} = \overrightarrow{\text{س}} - ٥\,\overrightarrow{\text{ص}}$ فى نقطة مادية فإن اتجاه المحصلة = ...

[٥٣° أ، ٣٥° أ، ٣٧° أ، ٧٣°]

(٧٠) محصلة القوتان ق_1 = ٣٤ نيوتن فى اتجاه الشمال الشرقى ، ق_2 = ٣٤ نيوتن

فى اتجاه الجنوب الغربى فإن مقدار المحصلة =.......... نيوتن

[$\overrightarrow{\text{و}}$ أ، ٣٤ أ، ٦٨ أ، صفر]

(٧١) المتجه الذى يعبر عن إزاحة جسم مسافة ٨٠ م فى اتجاه ٦٠° شمال الغرب

بدلالة متجهى الوحدة الأساسين هو ....

[$-٤٠\sqrt{٣}\,\overrightarrow{\text{س}} + ٤٠\,\overrightarrow{\text{ص}}$ أ، $٤٠\,\overrightarrow{\text{س}} - ٤٠\sqrt{٣}\,\overrightarrow{\text{ص}}$ أ،

$٤٠\,\overrightarrow{\text{س}} + ٤٠\,\overrightarrow{\text{ص}}$ أ، $٨٠\,\overrightarrow{\text{س}} - ٨٠\,\overrightarrow{\text{ص}}$]

(٧٢) إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (−٤، ٦) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٦، ٤) فإن ....

[$\overrightarrow{\text{أ}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$ أ، $\overrightarrow{\text{أ}} \parallel \overrightarrow{\text{ب}}$ أ، $\overrightarrow{\text{أ}} = ٢\,\overrightarrow{\text{ب}}$ أ، $\overrightarrow{\text{ب}} = ٣\,\overrightarrow{\text{أ}}$]

٧٣) اب جـ د متوازى أضلاع فإن القطر $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ = ...

[$\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{اد}}$ ، $\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{اجـ}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{اد}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{اب}}$]

٧٤) إذا كان $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٣، −٢) ، $\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{أ}}$ = $\overrightarrow{\text{جـ}}$ فإن $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = ...

[(٣، −٢) ، (٢، −٣) ، (−٣، ٢) ، $\overrightarrow{\text{و}}$]

٧٥) إذا كان ‖ ك $\overrightarrow{\text{م}}$ ‖ = ٤ ‖ $\overrightarrow{\text{م}}$ ‖ فإن ك = ...

[٤ ، −٤ ، ±٤ ، ٢]

٧٦) فى اى مثلث اب جـ : $\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ + $\overrightarrow{\text{اجـ}}$ = ...

[$\overrightarrow{\text{و}}$ ، $\overrightarrow{\text{اب}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{جـا}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{اجـ}}$]

٧٧) إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٦ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٤ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + م $\overrightarrow{\text{ص}}$ وكان $\overrightarrow{\text{أ}}$ ⊥ $\overrightarrow{\text{ب}}$ فإن م = ...

[−٣ ، ٣ ، ٦ ، ٤]

٧٨) اب حـ ء متوازي أضلاع فإن القطر $\overrightarrow{\text{احـ}}$ = ...

[$\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{اء}}$ ، $\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{احـ}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{اء}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{اب}}$]

٧٩) إذا كان $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٣، −٢) ، $\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{ا}}$ = $\overrightarrow{\text{حـ}}$ فإن $\overrightarrow{\text{حـ}}$ = ...

[(٣، −٢) ، (٢، −٣) ، (−٣، ٢) ، $\overrightarrow{\text{و}}$]

٨٠) إذا كان ‖ ك $\overrightarrow{\text{م}}$ ‖ = ٤ ‖ $\overrightarrow{\text{م}}$ ‖ فإن ك = ...

[٤ ، −٤ ، ±٤ ، ٢]

٨١) في أي مثلث اب حـ : $\overrightarrow{\text{اب}}$ + $\overrightarrow{\text{بحـ}}$ + $\overrightarrow{\text{احـ}}$ = ...

[$\overrightarrow{\text{و}}$ ، $\overrightarrow{\text{اب}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{حـا}}$ ، ٢ $\overrightarrow{\text{احـ}}$]

٨٢) إذا كان $\overrightarrow{\text{ا}}$ = ٦ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٤ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + م $\overrightarrow{\text{ص}}$ وكان $\overrightarrow{\text{ا}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$ فإن م = ...

[−٣ ، ٣ ، ٦ ، ٤]

٨٣) إذا كان $\overrightarrow{\text{وم}}$ = $\left(١٢\sqrt{٢} ، \frac{\pi}{٤}\right)$ متجه موضع النقطة م بالنسبة لنقطة الأصل فإن إحداثيي نقطة م = ...

[١٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ١٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، ١٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ١٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، −١٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ١٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، −١٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ١٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$]

(٨٤) إذا كان $\overrightarrow{\text{ج}}$ = (٥ ، ١) ، $\overrightarrow{\text{د}}$ = (-٢ ، ٤) فإن ‖ $\overrightarrow{\text{ج}}$ + $\frac{١}{٢}$ $\overrightarrow{\text{د}}$ ‖ = ...

[٢٥ ، ٧ ، ٥ ، ١]

(٨٥) إذا كان أ = (٣ ، -١) ، $\overrightarrow{\text{أب}}$ = (٢ ، ٣) فإن ‖ $\overrightarrow{\text{ب}}$ ‖ = ...

[(٥ ، ٢) ، $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٢٩}$ ، ٢٩]

(٨٦) سرعة منتظمة مقدارها ٥٠ كم / س فى اتجاه الشمال فإن المتجهة الذى يعبر عن ذلك هو ......

[٥٠ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٥٠ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، ٥٠ $\overrightarrow{\text{س}}$ ، -٥٠ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، ٥٠ $\overrightarrow{\text{ص}}$]

(٨٧) القوتان $ق_١$ = ١٥ نيوتن فى اتجاه الشرق ، $ق_٢$ = ١٥ $\sqrt{٣}$ نيوتن فى اتجاه الشمال فإن محصلتهما ق = ... نيوتن

[٣٠ ، ١٥ $\sqrt{٣}$ ، ٣٠ $\sqrt{٣}$ ، ١٥ + ١٥ $\sqrt{٣}$]

(٨٨) إذا كان ‖ -٨ $\overrightarrow{\text{أ}}$ ‖ = ٤ ‖ ك $\overrightarrow{\text{أ}}$ ‖ فإن ك = ...

[±٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، -$\frac{١}{٢}$]

(٨٩) إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ - $\overrightarrow{\text{ص}}$ فإن ‖ ٢ $\overrightarrow{\text{أ}}$ - $\overrightarrow{\text{ب}}$ ‖ = ...

[(١ ، ٧) ، ٢ $\sqrt{٢}$ ، ٥ $\sqrt{٢}$ ، ٢ $\sqrt{٥}$]

(٩٠) إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (-٣ ، ٢) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (١ ، ٢) فإن ‖ $\overrightarrow{\text{أب}}$ ‖ = ...

[٤ ، -٤ ، ٢٠ ، ٢ $\sqrt{٥}$]

(٩١) إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٨ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (ك ، ١٦) متوازيان فإن ك = ...

[-٢ ، ٢ ، ٨ ، ٤]

(٩٢) إذا كان $\overrightarrow{أ} = ٢\sqrt{٣}\ \overrightarrow{س} + ٢\ \overrightarrow{ص}$ فإن الصورة القطبية له هى ......

[$(٤ ، \frac{\pi}{٣})$ أ، $(٤ ، \frac{\pi}{٤})$ أ، $(٤ ، \frac{\pi}{٦})$ أ، $(٢ ، \frac{\pi}{٦})$]

(٩٣) السرعة المنتظمة لسيارة تقطع مسافة ٦٠ كم / س فى اتجاه الغرب بدلالة متجهى الوحدة الاساسيين هى ......

[$٦٠\ \overrightarrow{س}$ أ، $-٦٠\ \overrightarrow{س}$ أ، $٦٠\ \overrightarrow{ص}$ أ، $-٦٠\ \overrightarrow{ص}$]

(٩٤) إذا كان $٢\ \overrightarrow{م} + ٣\ \overrightarrow{أب} = ٢\ \overrightarrow{جـب} - \overrightarrow{بأ}$ فإن $\overrightarrow{م}$ = ...

[$\overrightarrow{أجـ}$ أ، $\overrightarrow{أب}$ أ، $\overrightarrow{بأ}$ أ، $\overrightarrow{جـأ}$]

(٩٥) إذا كان $\overrightarrow{أ} = (٣ ، ٢)$ ، $\overrightarrow{بأ} = (٣ ، ٥)$ فإن $\| \overrightarrow{ب} \|$ = ...

[$(٠ ، ٣)$ أ، $(٠ ، -٣)$ أ، -٣ أ، ٣]

(٩٦) إذا كان $\| ك (-٤ ، ٣) \| = ٥$ فإن ك = ...

[-١ أ، ±١ أ، ١ أ، صفر]

(٩٧) تتحرك سيارتان أ ، ب فى اتجاهين متضادين بالسرعتين ٥٠ كم / س ، ٧٠ كم / س على الترتيب فإن $ع_{ب أ}$ = ... كم / س

[٤٠ أ، -٢٠ أ، ٢٠ أ، ١٢٠]

(٩٨) إذا كان $\overrightarrow{أب} = (-٢ ، -١)$ ، $\overrightarrow{جـ} = (٢ ، ٣)$ فإن $\| \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} + ٣\ \overrightarrow{جـ} \|$ = ...

[$(٤ ، ٨)$ أ، ٢ أ، ٨ أ، $٤\sqrt{٥}$]

(٩٩) إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعى فإن $\overrightarrow{أجـ} - \overrightarrow{ءجـ} + \overrightarrow{بأ} - \overrightarrow{بء}$ = ...

[$\overrightarrow{أب}$ أ، $\overrightarrow{جـأ}$ أ، $\overrightarrow{و}$ أ، $٢\ \overrightarrow{ءأ}$]

(١) أ ب جـ ء شكل رباعى، هـ منتصف $\overline{أب}$، و منتصف $\overline{جـ ء}$. أثبت أن: $\overrightarrow{بجـ} + \overrightarrow{أء} = 2\overrightarrow{هـ و}$

....

....

....

....

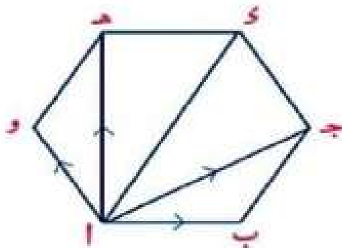
....

....

....

(٢) فى الشكل المقابل: أ ب جـ ء سداسى منتظم، أثبت أن:

$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{أجـ} + \overrightarrow{أهـ} + \overrightarrow{أو} = 2\ \overrightarrow{أء}$.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

٣

إذا كان: $٢ \overrightarrow{م} + ٣ \overrightarrow{أب} = ٢ \overrightarrow{جـ ب} - \overrightarrow{ب أ}$ أثبت أن $\overrightarrow{م} = \overrightarrow{جـ أ}$.

٤

أ ب جـ ء شبه منحرف فيه أ(−٢، −٣) ، ب (٤، −١) ، جـ (٢، ٥)، ء(−١ ، ك).

(أ) إذا كان $\overrightarrow{أب} \,//\, \overrightarrow{ءجـ}$ أوجد قيمة ك.

(ب) أثبت أن $\overrightarrow{جـ ب} \perp \overrightarrow{أب}$

(جـ) أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء.

٥) إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}} = -٤\ \overrightarrow{\text{س}} - ٤\sqrt{٣}\ \overrightarrow{\text{ص}}$ **فأوجد** : $\overrightarrow{\text{أ}}$ بالصورة القطبية.

٦) أ ب جـ ء شكل رباعي ، هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ **أثبت أن** : $\overrightarrow{\text{أ ء}} + \overrightarrow{\text{ب جـ}} = \overrightarrow{\text{هـ ء}} + \overrightarrow{\text{هـ جـ}}$

(٧) إذا كان أ ب ج د شكلاً رباعياً فيه : $\overrightarrow{\text{ب ج}} = ٤ \overrightarrow{\text{أ د}}$

فأثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ ج}} + \overrightarrow{\text{ب د}} = ٥ \overrightarrow{\text{أ د}}$

....

....

....

....

....

....

....

(٨) إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}} = \text{ك} \, \overrightarrow{\text{س}} - ٤ \, \overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}} = (٢ ، -٢)$ **فأوجد قيمة ك إذا كان :**

(١) $\overrightarrow{\text{أ}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$ (٢) $\overrightarrow{\text{أ}} = ٢ \, \overrightarrow{\text{ب}}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

٩ إذا كان : $\overrightarrow{أ}$ = (٣ ، −٢) ، $\overrightarrow{ب}$ = (−١ ، ٤) ، $\overrightarrow{حـ}$ = (١ ، ٦)

عبر عن المتجه $\overrightarrow{حـ}$ بدلالة المتجهين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$

....

....

....

....

....

....

....

١٠ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : ٢ $\overrightarrow{ب حـ}$ = ٣ $\overrightarrow{أ ء}$

أثبت أن : $\overrightarrow{أ حـ}$ + $\overrightarrow{ب ء}$ = $\frac{٥}{٢}$ $\overrightarrow{أ ء}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

٩ إذا كانت : أ = (–٢ ، –٣) ، ب = (٤ ، –١) ، حـ = (٢ ، ٥) ، ء = (–١ ، ك)

وكان $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ أوجد : قيمة ك

....

....

....

....

....

....

....

١٠ إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٦ ، ٨) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٣ ، م) ، $\overrightarrow{\text{حـ}}$ = (ن ، ٩) وكان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ // $\overrightarrow{\text{ب}}$

، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ⊥ $\overrightarrow{\text{حـ}}$ فأجد قيمة كل من : م ، ن

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(١١) باستخدام المتجهات أثبت أن النقط :

أ = (٣ ، ٤) ، ب = (١ ، -١) ، حـ (-٤ ، -٣) ، ء = (-٢ ، ٢)

هى رؤوس معين وأوجد مساحته.

....

....

....

....

....

....

....

(١٢) أ ب حـ ء شكل رباعى ، هـ منتصف $\overline{أب}$ ، و منتصف $\overline{حـء}$

أثبت أن : $\overrightarrow{بحـ} + \overrightarrow{أء} = ٢ \overrightarrow{هـو}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(١٣) إذا كان : $\overrightarrow{\text{وأ}}$ = (٧ ، ٠) ، $\overrightarrow{\text{وب}}$ = $\left(٥\sqrt{٢} ، \frac{٣}{٤}\pi\right)$ **أوجد** : $\|\overrightarrow{\text{أب}}\|$

(١٤) أ ب جـ د شكل رباعي فيه : $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{أد}}$ **أثبت أن :**

(١) أ ب جـ د شبه منحرف.

(٢) $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ + $\overrightarrow{\text{بد}}$ = ٤ $\overrightarrow{\text{أد}}$

(١٦) أ ب حـ ء مستطيل تقاطع قطراه فى ن ، م نقطة فى مستويه

أثبت أن : $\overrightarrow{\text{م أ}} + \overrightarrow{\text{م ب}} + \overrightarrow{\text{م حـ}} + \overrightarrow{\text{م ء}} = ٤ \overrightarrow{\text{م ن}}$

....

....

....

....

....

....

....

(١٧) إذا كان : $\overrightarrow{\text{و أ}} = (٨\sqrt{٣} ، ٨)$ فأوجد الصورة القطبية للمتجه $\overrightarrow{\text{و أ}}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(١٨) $\overline{أ ب حـ}$ مثلث فيه : ء ∋ $\overline{ب حـ}$ بحيث ٢ $\overleftarrow{ب ء}$ = ٣ $\overleftarrow{ء حـ}$

أثبت أن : ٢ $\overleftarrow{أ ب}$ + ٣ $\overleftarrow{أ حـ}$ = ٥ $\overleftarrow{أ ء}$

....

....

....

....

....

....

....

(١٩) إذا كان : $\overleftarrow{أ}$ = (٢ ، ٣) ، $\overleftarrow{ب}$ = ٦ $\overleftarrow{س}$ + ك $\overleftarrow{ص}$ ، **أوجد قيمة ك عندما :**

(١) $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متوازيان. (٢) $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متعامدان.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(٢٠) ا ب حـ ء شبه منحرف فيه $\overline{اء}$ // $\overline{بحـ}$ بحيث $\frac{اء}{بحـ} = \frac{٢}{٣}$

اثبت أن $\overrightarrow{احـ} + \overrightarrow{بء} = \frac{٥}{٢}\ \overrightarrow{اء}$

....

(٢١) ا ب حـ ء شبه منحرف فيه ا (-٢ ، -٣) ، ب (٤ ، -١) ، حـ (٢ ، ٥) ،

ء (-١ ، ك) ، $\overrightarrow{اب}$ // $\overrightarrow{ءحـ}$

① **أوجد** قيمة ك ② **اثبت** أن $\overrightarrow{حـب} \perp \overrightarrow{اب}$

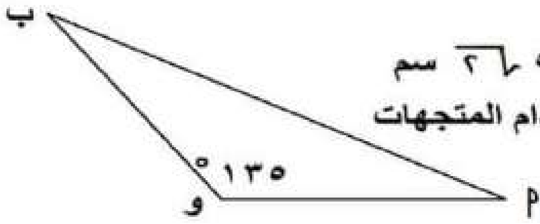
....

(٢٢) في اي شكل رباعي ا ب جـ ء اثبت ان ،

$$\overrightarrow{\text{اب}} + \overrightarrow{\text{ءجـ}} = \overrightarrow{\text{اجـ}} + \overrightarrow{\text{ءب}}$$

(٢٣) ا ب جـ ء شكل رباعي فيه ٢ $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ = ٥ $\overrightarrow{\text{اء}}$ اثبت ان ٢ $\overrightarrow{\text{اب}}$ − ٢ $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{ءا}}$

٢٤



فى الشكل المقابل :

و ᵖ ب مثلث فيه : و ᵖ = ٧ سم ، و ب = ٥ √٢ سم

، ق (∠ ᵖ و ب) = ١٣٥ ° أوجد بإستخدام المتجهات

طول $\overline{\text{ᵖ ب}}$

....

....

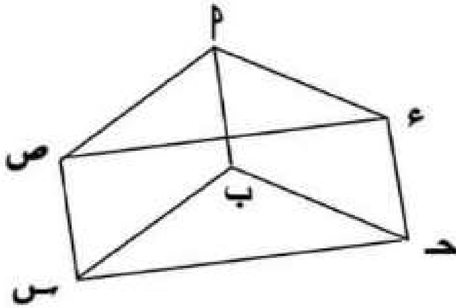
....

....

....

....

٢٥



فى الشكل المقابل :

ᵖ ب حـ ء ، ᵖ ب س ص متوازيا أضلاع

أثبت بإستخدام المتجهات أن الشكل

حـ س ص ء متوازى أضلاع

....

....

....

....

....

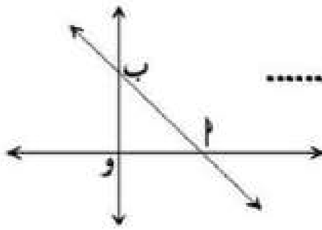
....

....

....

(٢٦) إذا كان : ل : ٣ س + ٨ ص − ٢٤ = ٠

فان مساحة المثلث الذى يصنعه هذا المستقيم مع محورى الإحداثيات يساوى ....



① ٣ وحدات مساحة ② ٨ وحدات مساحة

③ ١٢ وحدات مساحة ④ ٢٤ وحدات مساحة

....

....

....

....

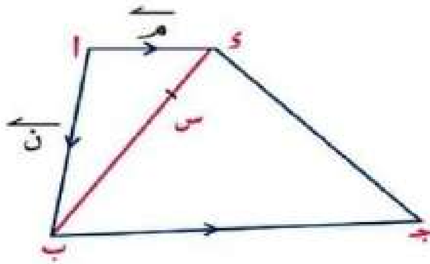
....

....

(٢٧)

ا ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{اء}$ // $\overline{ب جـ}$

ب جـ = ٣ ا ء ، $\overleftarrow{اء}$ = $\overleftarrow{م}$ ، $\overleftarrow{اب}$ = $\overleftarrow{ن}$



أولاً: عبر بدلالة $\overleftarrow{م}$ ، $\overleftarrow{ن}$ عن كل من:

$\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{ا جـ}$ ، $\overleftarrow{ب ء}$ ، $\overleftarrow{ء جـ}$

ثانيًا: إذا كانت س ∈ $\overline{ء ب}$ حيث ء س = $\frac{1}{٣}$ س ب

أثبت أن النقط ا ، س ، جـ تقع على استقامة واحدة .

....

....

....

....

....

....

....

كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9

